Jean-Louis Migeot

Université Libre de Bruxelles – Conservatoire Royal de Liège

Science et musique

100 questions, 100 réponses.

Acoustique – Audition – Phonation – Tempéraments

Physique des instruments de musique – Technologie du son

Avertissement

Ce document est un **premier jet** d'un projet de syllabus pour les cours d'acoustique musicale que je donne :

- à l'Université Libre de Bruxelles sous l'intitulé « Acoustique et organologie (MUSI-D200) » (cours organisé sous les auspices de l'Institut des Hautes Études de Belgique) ;
- au Conservatoire de Musique de Liège sous l'intitulé « Acoustique spécifique et facture instrumentale ».

Il est communiqué dans cet état **non fini** aux étudiants afin de leur permettre de préparer les cours s'ils le souhaitent.

Il sera encore enrichi et régulièrement modifié. L'origine de plusieurs images n'a pas encore été retrouvée. Les crédits seront dûment attribués dans la version finale.

Tout ceci pour dire :

1) N'imprimez pas un pseudo-syllabus incomplet. Sauvons les arbres.
2) Soyez indulgents par rapport aux fautes d'orthographes et aux lacunes. Certaines parties ont été “tapées au kilomètre” et n'ont pas encore été relues.
3) Vos questions et commentaires sur le contenu sont les bienvenus.

Table des matières

1. Science et musique

L'esprit de l'homme a trois clefs qui ouvrent tout : le chiffre, la lettre, la note, dit Victor Hugo[1]. Voilà qui résume bien la démarche des musicologues :

- la note est l'ingrédient de base de la musique et permet de la transcrire ;
- la lettre traduit nos idées et nous permet d'écrire à propos de la musique ;
- le chiffre met les mathématiques et la physique au service de la musique.

Ces notes de cours se concentrent sur ce dernier aspect auquel fait écho le titre d'un précédent livre[2].

Cet ensemble de notes thématiques ne constitue pas une *approche scientifique de la musique* mais *une approche de la musique par un scientifique*. Je mets dans ce distingo toute la modestie du scientifique face au mystère de l'émotion musicale. Mathématique et physique ne sont pas dans une situation de surplomb, de domination par rapport à l'objet de leur étude mais à son service. La science fournit un cadre dans lequel l'art s'épanouit avec beaucoup de liberté mais la dimension sensible, celle qui porte le bonheur et l'émotion, est irréductible aux nombres et aux lois. Comme le dit Tchaïkovsky[3] :

> *Ne croyez pas ceux qui chercheront à vous persuader que la création musicale est une occupation froide et rationnelle.*

Le but de ces quelques leçons n'est donc pas d'expliquer la musique mais d'en éclairer certains aspects avec une lumière différente de celles que proposent d'autres enseignements. Les sciences ne répondent d'ailleurs jamais au *pourquoi* mais au *comment* des choses et elles n'accèdent jamais à leur *ultima ratio*. Elles permettent d'affiner notre questionnement en modifiant la nature, le nombre et la profondeur des questions que nous nous posons, elles réduisent leur redondance, elles clarifient le langage dans lequel elles sont posées mais elles n'évacuent jamais totalement le questionnement. Comme le dit Jean-Pierre Ameisen[4] :

> *[…] la science ne dévoile jamais. Elle révèle un dévoilement. […] Ce n'est jamais la nudité première et ultime de la réalité qui apparaît. C'est un récit. Et ce récit lui-même est un voile nouveau qui recouvre la nudité en disant la disparition des voiles anciens.*

Si la science et la technologie, et le matérialisme qui souvent les accompagne, a conduit, selon certains, à un désenchantement du monde[5], notre but ici est, au contraire, de mettre en exergue le caractère magique de cet art enchanteur qu'est la musique.

---

1 **Victor Hugo (1802-1885),** *Préface au recueil « Les rayons et les ombres »*, 1840.
2 **Jean-Louis Migeot,** *Des chiffres et des notes,* Académie Royale de Belgique,2015.
3 **Piotr Ilitch Tchaïkovsky (1840-1893),** Lettre envoyée de Clarens (Suisse) en mars 1878 à son mécène Nadejda von Meck.
4 **Jean-Claude Ameisen (1951-),** *Dans la lumière et les ombres,* Fayard, 2008.
5 **Max Weber,** *L'éthique protestante et l'esprit du capitalisme,* 1904. **Marcel Gauchet,** *Le désenchantement du monde*, NRF, Gallimard, 1985.

2. Les quatre dimensions de l'acoustique

L'acoustique s'intéresse à quatre dimensions des sons :

1. La manière dont ils sont produits.
2. La manière dont ils se propagent d'une ou plusieurs sources vers un ou plusieurs récepteurs (auditeur, microphone).
3. Leur perception ou enregistrement par ce récepteur.
4. Leur effet sur le milieu physique qu'ils traversent.

Dans le cadre particulier de ce cours :

1. Nous nous intéresserons à la production du son par les instruments de musique et la voix humaine.
2. Nous tenterons de comprendre comment le son musical se propage des musiciens vers les auditeurs et comment les propriétés de la salle influent sur cette propagation.
3. En matière de perception, nous étudierons la physiologie de l'oreille, le fonctionnement des microphones et les différents modes de stockage de l'information sonore.
4. À l'inverse des ultrasons utilisés en technologie (sonochimie par exemple) ou en médecine (lithotripisie par exemple), les sons musicaux n'ont pas d'effet durables sur le milieu qu'ils traversent ; celui-ci retrouve en effet son état initial après passage de l'onde sonore.

On pourrait encore rajouter l'effet psychologique du son sur l'auditeur mais nous laisserons ce sujet à d'autres auteurs plus compétents.

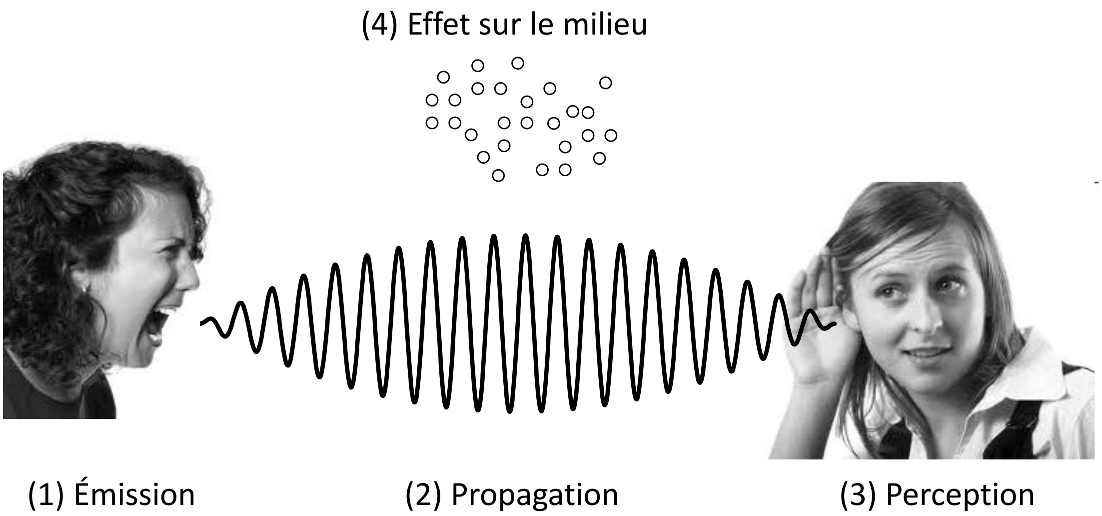


Figure 1 : Les quatre dimensions de l'acoustique.

3. Thématiques de ce livre

Ce livre aborde six thématiques :

- le son musical ;
- les bases arithmétiques du solfège et de l'harmonie ;
- la physique des instruments de musique
- la physiologie de l'audition et de la phonation
- l'acoustique des salles et des bâtiments
- les techniques du son.

- **Le son (musical)**

- **Bases arithmétiques du solfège et de l'harmonie**

- **Physique des instruments de musique**

- **Audition et phonation**

- **Acoustique des salles et des bâtiments**

- **Techniques du son**

4. Qu’est ce qu’un son ?

Un son est, d’un point de vue **subjectif**, une propriété de notre environnement que nous percevons grâce à notre sens de l’ouïe.

⇒ Physiologie de l’oreille (§56 sqq.)

D’un point de vue **objectif**, le son est caractérisé par une fluctuation petite et rapide de la pression atmosphérique autour de sa valeur moyenne.

⇒ Pression atmosphérique (§5)
⇒ Petite fluctuation (§6)
⇒ Fluctuation rapide (§7)

∴

Le mot « son » est le terme générique utilisé pour désigner le phénomène sonore. Il dérive du mot latin *sonum*, de même sens (son, bruit). On retrouve la même racine dans le mot sanskrit *svanáh*.

Le mot « bruit » désigne un son que nous jugeons désagréable, quelle qu’en soit la raison : niveau (tout *son* devient *bruit* s’il est trop intense), *timing* (la musique la plus douce est du bruit si elle vous réveille en pleine nuit) ou nature. Ce dernier critère est éminemment variable selon les individus et implique des facteurs psychologiques et socio-culturels.

Le mot « bruit » vient d’un latin populaire *brugire*, employé en parlant du cerf qui brâme, obtenu par combinaison de *rugire* (rugir) et de *bragere* (brailler, braire). *Brugire* a d’abord donné *bruire* puis *bruit*[6].

La science du son a été nommée « acoustique » par Joseph Sauveur[7]. Le mot est construit sur la racine du verbe grec *akouein* « entendre » (ακουειν).

6 **Alain Rey (1928-2020),** *Dictionnaire historique de la langue française,* 1995.
7 **Joseph Sauveur (1653-1716)** est un physicien français, fondateur de l’acoustique musicale.

5. Pression atmosphérique

Un son est une fluctuation petite et rapide de la **pression atmosphérique** autour de sa valeur moyenne. Mais qu'est-ce que la pression atmosphérique ?

∴

Les bulletins métorologiques nous annoncent régulièrement la pression atmosphérique et on peut en lire la valeur sur les baromètres de nos grands-mères. Mais que mesure cette quantité ? Tout simplement la force exercée par le poids de l'atmosphère sur un mètre carré de la surface de la Terre.

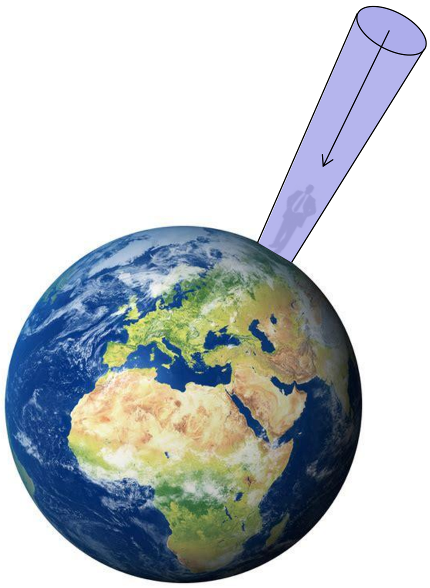


Figure 2 : La pression atmosphérique est engendrée par la masse d'air qui se situe au dessus de nous et qui pèse sur nos épaules.

Si l'atmosphère terrestre avait une épaisseur de dix kilomètres et si la masse volumique (la *densité*) de l'air avait une valeur constante de 1,225 kilogrammes par mètre cube, la masse d'un cylindre d'air de un mètre carré de section et de dix kilomètres de hauteur vaudrait :

$$1{,}225 \text{ kg/m}^3 \times 1 \text{ m}^2 \times 10.000 \text{ m} = 12.250 \text{ kg}$$

Mais la force est le produit de la masse par l'accélération de la pesanteur ; la force associée à la masse du cylindre est donc de :

$$12.250 \text{ kg} \times 9{,}81 \text{ m/s}^2 = 120.172 \text{ Newton}$$

Le Newton est en effet l'unité de force. La force qui agit sur une surface donnée est proportionnelle à sa superficie ; il est dès lors logique de la donner par unité de surface. La pression atmosphérique serait donc, si le calcul ci-dessus était exact, de cent vingt mille Newton par mètre carré soit, c'est l'unité appropriée en physique, de cent vingt mille **Pascals**.

En réalité, ce calcul est trop simpliste. D'une part la masse volumique de l'air diminue avec l'altitude (c'est pour ça qu'il est plus difficile de respirer au sommet du Mont Blanc qu'au bord de la mer) et d'autre part l'épaisseur de l'atmosphère est bien plus grande que 10 kilomètres. Mais ces deux erreurs se compensent à peu près et la valeur moyenne de la pression atmosphérique au niveau de la mer est de 101.325 Pascal. Vous la verrez ou l'entendrez souvent mesurée dans d'autres unités courantes (mais que les physiciens n'aiment pas parce qu'elles n'appartiennent pas au système international d'unité) :

- une atmosphère (1 atm) ;
- 760 millimètres de mercure (760 mm Hg) ;

- 1,013 bars ;
- 1.013 millibars.

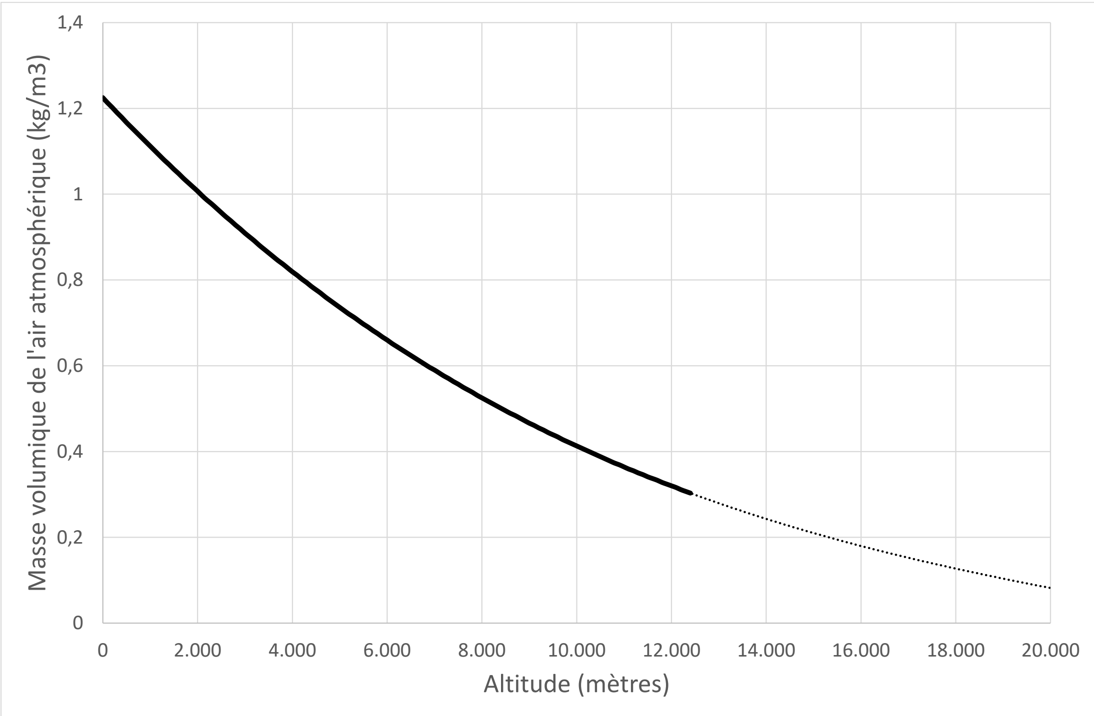


Figure 3 : Évolution de la masse volumique de l’air avec l’altitude.

La pression atmosphérique varie en fonction de l’altitude (plus on monte, moins on a d’air au dessus de nous !) et en fonction de phénomènes météorologiques (les fameux cyclones et anticyclones) mais, à l’échelle spatiale (la salle) et temporelle (la note ou l’accord) que nous considèrerons dans le contexte musical, on peut considérer qu’elle ne varie pas **hormis la petite fluctuation engendrée par le signal acoustique**.

6. Petite fluctuation ?

Un son est une fluctuation **petite** et rapide de la pression atmosphérique autour de sa valeur moyenne. À quel point cette fluctuation est-elle vraiment *petite* ?

∴

Notre oreille est un instrument extraordinairement sensible de détection de variations rapides de la pression atmosphérique ... encore ne sommes nous pas, et de loin, les animaux les plus sensibles en ce domaine. Nous sommes pourtant capables de percevoir des variations de pression, c'est-à-dire des écarts à la valeur moyenne de la pression atmosphérique, aussi petites qu'un **dix milliardième** de la pression atmosphérique.

Plus précisément, on considère que la variation de pression la plus petite que notre ouïe est capable de percevoir a une amplitude de 0,00002 Pascals. Comparons cette valeur à la pression atmosphérique :

$$\frac{0{,}00002}{101.325} = 0{,}000000000197$$

Soit en effet à peu près deux dix-milliardièmes d'atmosphère. La plupart des sons sont néanmoins d'une amplitude plus grande et les sons les plus courants sont caractérisés par une amplitude de la fluctuation de pression comprise entre un centième de Pascal et un Pascal soit entre un dix-millionième et un cent-millième d'atmosphère.

Ne vous égosillez pas à crier devant un baromètre ... vous ne verrez pas bouger l'aiguille. Si on trace en effet la pression totale (pression atmosphérique moyenne constante plus petite fluctuation acoustique) en fonction du temps au cours d'un évènement sonore « normal » ... on ne voit rien car la fluctuation est cachée par l'épaisseur du trait ! Il faut des sons proprement assourdissants pour qu'on commence à voir la fluctuation à l'échelle de la pression atmosphérique.

Notre hyper-sensibilité à de toutes petites variations de la pression atmosphérique est un résultat évolutif remarquable qui s'explique par la lutte incessante entre proie et prédateurs :

- un prédateur muni d'une bonne ouïe peut détecter sa proie, même dans la nuit, et la chasser avec succès ;
- la proie qui entend son prédateur s'approcher a le temps de fuir et survit mieux que celles qui sont pourvues d'une moindre acuité auditive.

Notre sensibilité a également une conséquence négative : il est difficile de se protéger du bruit car essayer de contrôler un phénomène sonore c'est s'attaquer à des évènements extrêmement ténus et peu énergétiques.

⇒ Échelle des décibels (§ 67)

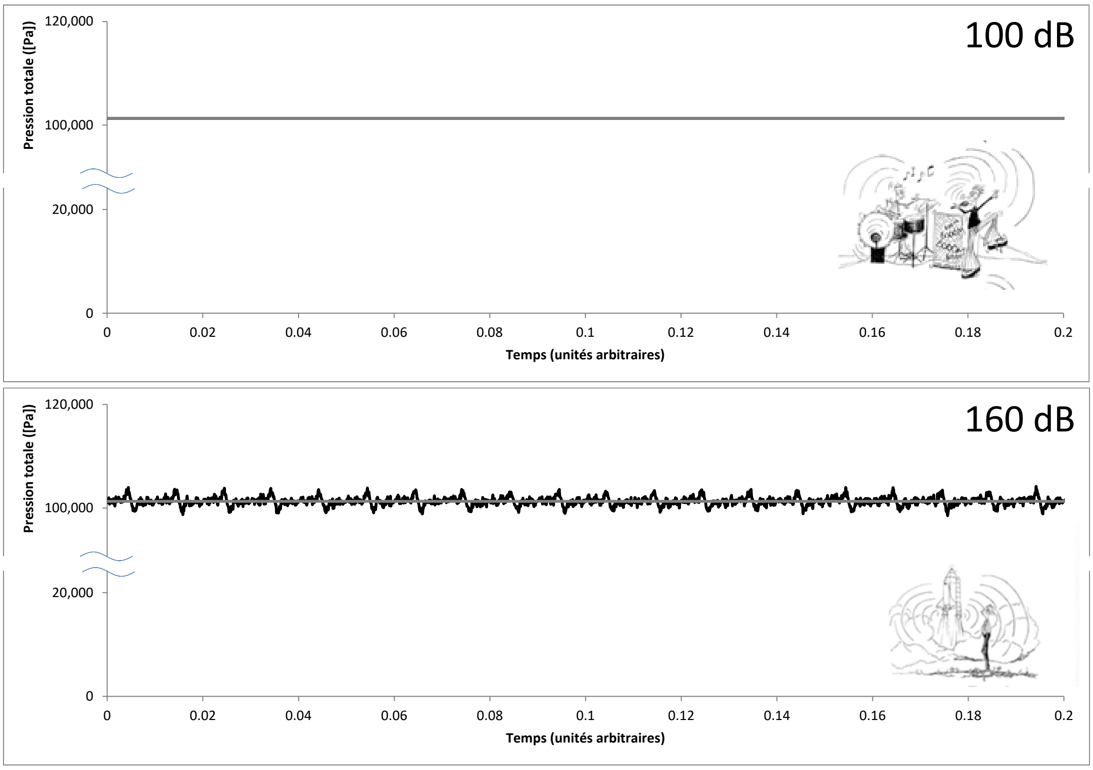


Figure 4 : Pression totale (pression atmosphérique moyenne + fluctuation d'origine acoustique) en fonction du temps pour deux évènements sonores. Dans le premier cas, bien que le niveau sonore soit élevé (100 dB) on ne peut distinguer les fluctuations car elles disparaissent dans l'épaisseur du trait. Il faut passer à des niveaux assourdissants (160 dB) pour que les fluctuations soient visibles à cette échelle.

7. Fluctuation rapide ?

Un son est une fluctuation petite et **rapide** de la pression atmosphérique autour de sa valeur moyenne. À quel point cette fluctuation est-elle *rapide* ?

∴

Pour que nous percevions une variation de pression comme un son, celle-ci doit non seulement être petite (si elle est trop grande elle détruit notre oreille !) mais elle doit aussi se répéter de manière cyclique et suffisamment rapide. Du fait du phénomène sonore, la pression va passer plusieurs fois au dessus puis en dessous de la pression atmosphérique et on appelle **fréquence** du son, le nombre de fois que ce cycle surpression-dépression se produit en une seconde.

Nous donnerons une définition plus précise de la fréquence un peu plus loin mais cette définition peut suffire pour l'instant. Retenons trois choses.

- Plus le rythme des oscillations de pression est rapide, plus la fréquence est élevée et plus le son est aigu.
- Plus le rythme des oscillations de pression est lent, plus la fréquence est faible et plus le son est grave.
- La fréquence se mesure en nombre de cycles par seconde. On a donné à cette unité le nom du physicien allemand Heinrich **Hertz (Hz)**.

L'oreille humaine est capable de percevoir les sons dont la fréquence varie entre vingt cycles par seconde (20 Hz) et vingt milles cycles par seconde (20.000 Hz qu'on note aussi 20 kHz pour 20 kilo-Hertz). Cette bande de fréquence varie d'un individu à l'autre et varie aussi, malheureusement, avec l'âge : en vieillissant on perd de l'acuité auditive, principalement dans les hautes fréquences.

⇒ Tonotopie (§61)

⇒ Fletcher, Munson et l'échelle dB(A) (§70)

∴

Les phénomènes sonores dont la fréquence est inférieure à 20 Hz sont appelés **infrasons**. Ceux qui se déroulent à un ryrthme supérieur à 20.000 oscillations par seconde sont appelés **ultrasons**. Au delà du milliard de Hz on parle d'**hypersons**.

Nous sommes sensibles aux infrasons mais nous ne les percevons pas avec nos oreilles mais par une vibration du corps entier (vous connaissez cette sensation si vous fréquentez les lieux festifs).

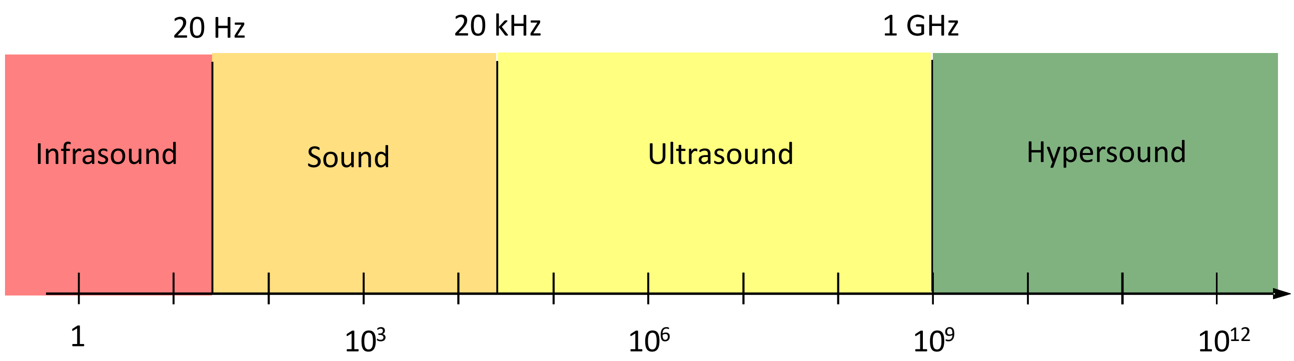


Figure 5 : Des infrasons aux hypersons[8].

∴

[8] On place parfois les limites infrasons-sons et sons-ultrasons à, respectivement, 16 Hz et 16 kHz. Ces deux frontières sont conventionnelles : il n'y a pas de discontinuités franches à ces deux valeurs.

Nous percevons une large gamme de fréquences (20 à 20.000 Hz) mais la musique est construite sur un ensemble de fréquences plus réduit comme le montre la figure suivante qui donne la fréquence associée à différentes touches d'un piano.

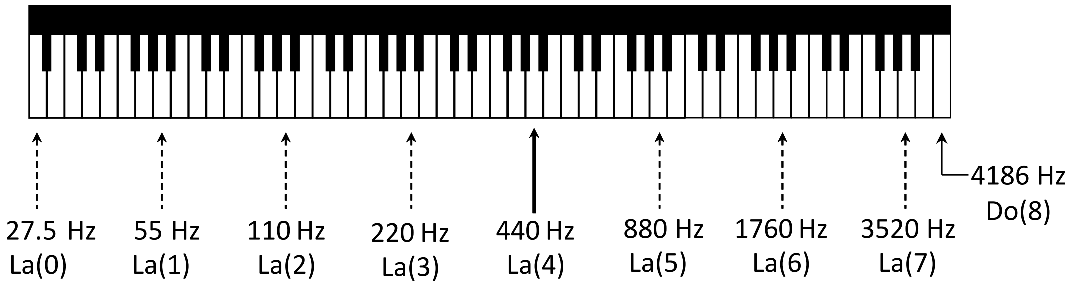


Figure 6 : Fréquence fondamentale associée à différentes touches d'un piano.

8. Son pur, signal monochromatique

Un son est une fluctuation petite et rapide de la pression atmosphérique autour de sa valeur moyenne. Le son pur, aussi appelé signal monochromatique, est le son le plus simple qu'on puisse envisager ; la variation de la pression y est **sinusoïdale**.

∴

Observons les oscillations d'une petite masse suspendue à un ressort (figure 7). On l'écarte de sa position d'équilibre en comprimant le ressort puis on la lâche. Elle descend alors, passe par sa position d'équilibre (celle où le ressort n'est ni comprimé ni tendu), continue à descendre en mettant le ressort en tension, atteint sa position la plus basse avant de remonter, repassant par sa position d'équilibre puis revenant finalement à sa position de départ. À ce moment là, un nouveau cycle commence. Si on enregistre la position de la masse en fonction du temps, on obtient une courbe caractéristique qu'on appelle *sinusoïde*.

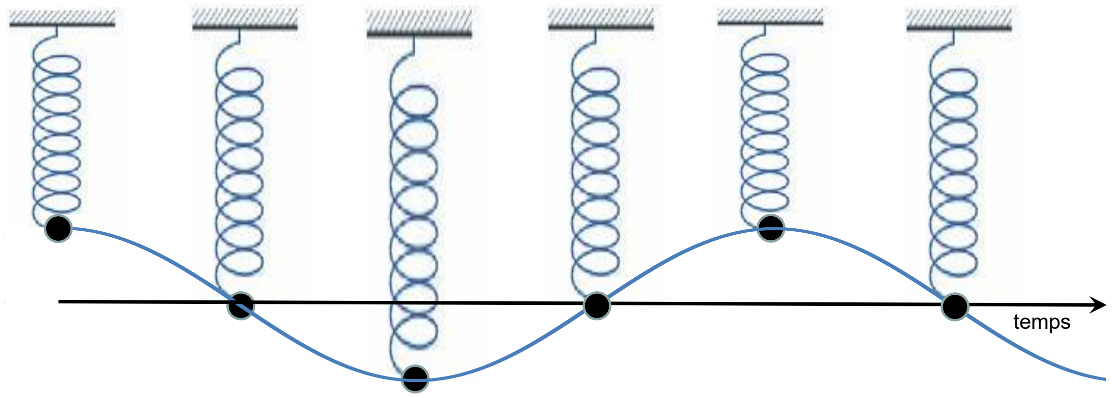


Figure 7 : Oscillations d'une masse suspendue à un ressort. Mouvement sinusoïdal.

Ce type de variation se retrouve dans tous les phénomènes de nature vibratoire et le son n'est rien d'autre qu'une vibration de l'air. Le son le plus simple qu'on puisse concevoir est caractérisé par une variation sinusoïdale de la pression[9] en fonction du temps ; le signal acoustique[10] est caractérisé par son amplitude A et par le temps nécessaire à accomplir un cycle[11] qu'on appelle la *période du signal* et qu'on note T. À la période T est associée une autre grandeur caractéristique, la fréquence, qui est l'inverse de la période :

$$T = \frac{1}{f} \text{ et } f = \frac{1}{T}$$

La période se mesure en secondes [s] et la fréquence en cycles par secondes ou Hertz [Hz].

9 À partir d'ici, lorsque nous parlerons de pression il s'agira toujours de la pression acoustique c'est-à-dire de la fluctuation de pression causée par le phénomène sonore. Pour être clair, la pression acoustique est égale à la pression totale moins la pression atmosphérique.

10 On appelle signal la fonction qui décrit la variation de la pression en un point donné en fonction du temps : p(t).

11 On ne parle pas ici de la notion de *phase*. Elle est importante mais rend les choses un peu plus compliquées. Reportons cette difficulté à plus tard.

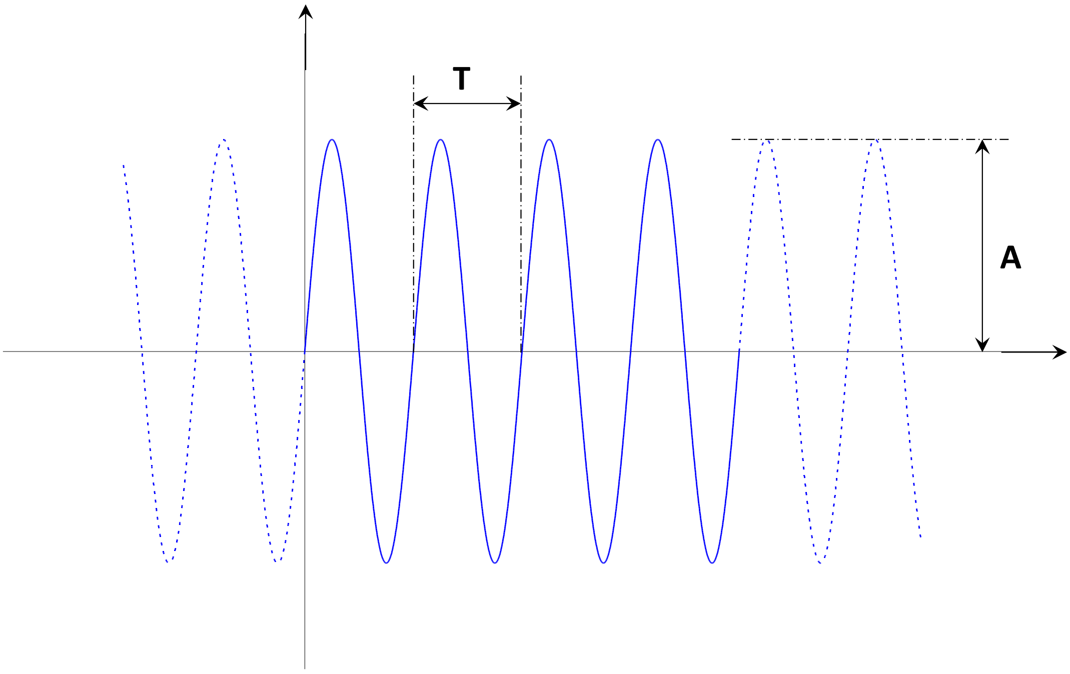


Figure 8 : Signal acoustique monochromatique : la variation de la pression est sinusoïdale.

La plupart des sons sont constitués de plusieurs fréquences. Celui de la figure 8 ne comporte qu'une seule fréquence ; il est dit *monochromatique*. Ce mot est un emprunt au vocabulaire de l'optique où la fréquence d'une onde lumineuse est caractéristique de sa couleur (*chróma* en grec). Une onde lumineuse qui ne comporte qu'une seule couleur est *monochromatique*, une onde sonore qui ne porte qu'une seule fréquence est également *monochromatique*.

Le signal acoustique monochromatique est également appelé *son pur*. C'est le son le plus simple (et le moins musical) qu'on puisse concevoir mais il est important car **tous les sons, aussi complexes soient-ils, sont consitués de mélanges de sons purs**. Le son pur est donc le constituant élémentaire (l'atome en quelque sorte) de l'acoustique. Voyons cela en détail.

9. Harmoniques : synthèse sonore

Considérons plusieurs sons purs de fréquences croissantes, disons 100, 200, 300 et 400 Hz. Si ces sons sont joués simultanément, ils engendrent un son complexe qu'on dit *harmonique* ou *polychromatique*. Les figures qui suivent montrent comment différents signaux monochromatiques (1, 2, 3 ou 4, graphes du bas de chaque figure) se combinent pour former un signal polychromatique complexe (graphe du haut de chaque figure).

Les figures 9 à 12 nous permettent de constater les propriétés suivantes de la combinaison de sons purs dont les fréquences sont dans des rapports entiers :

- La forme du signal polychromatique se complexifie au fur et à mesure que le nombre de signaux constituant le signal augmente.
- La période de ce signal polychromatique ne change pas et reste celle du signal de plus basse fréquence (ici 100 Hz) qu'on appelle le fondamental du signal.

On en tire l'importante conclusion suivante : lorsqu'on combine des signaux monochromatiques dont les fréquences sont des multiples d'une fréquence f, on obtient un signal polychromatique périodique. Sa période est l'inverse de la fréquence f. Chacun des signaux monochromatiques forme une *composante spectrale* du son complexe. On appelle la composante de fréquence f le fondamental du signal ; c'est cette fréquence qui est caractéristique de la hauteur tonale du son complexe. La composante de fréquence 2f est appelée premier harmonique, celle de fréquence 3f est appelée second harmonique et celle de fréquence nf est appelée harmonique (n-1).

Observons encore :

- à la figure 13, que la phase de chaque composante, c'est à dire la position de ses zéros par rapport à ceux du fondamental) influe sur la forme du signal complexe mais n'altère pas la période ;
- à la figure 14 que la fréquence fondamentale n'est pas *nécessairement* celle de la composante de plus basse fréquence. On peut la définir précisément de deux manière : (1) c'est le plus grand commun diviseur des fréquences des sons monochromatiques constituant le son complexe ou (2) c'est l'inverse de la période du son polychromatique.

  Un exemple : si vous combinez des sons à 200, 300 et 400 Hz, la fréquence fondamentale sera de 100 Hz car 200, 300 et 400 sont des multiples (entier) de 100 alors que 300 n'est pas un multiple entier de 200 Hz. La période sera de 1/100=0,01 secondes.

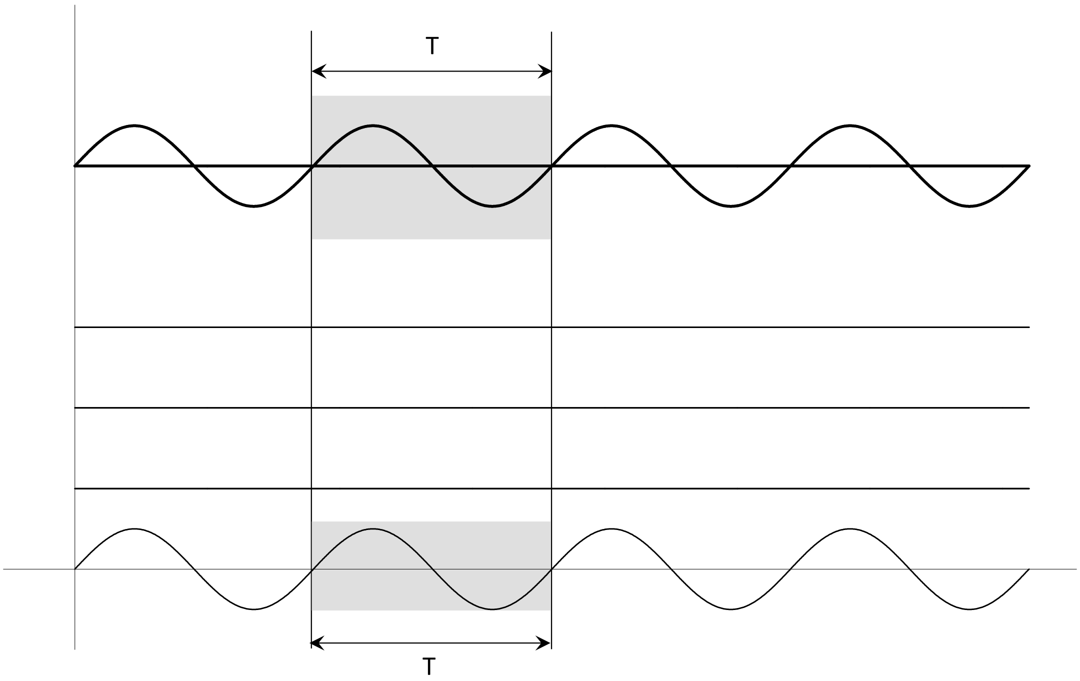


Figure 9 : Fondamental d'un signal harmonique. Le signal ne comporte qu'une seule composante à 100 Hz.

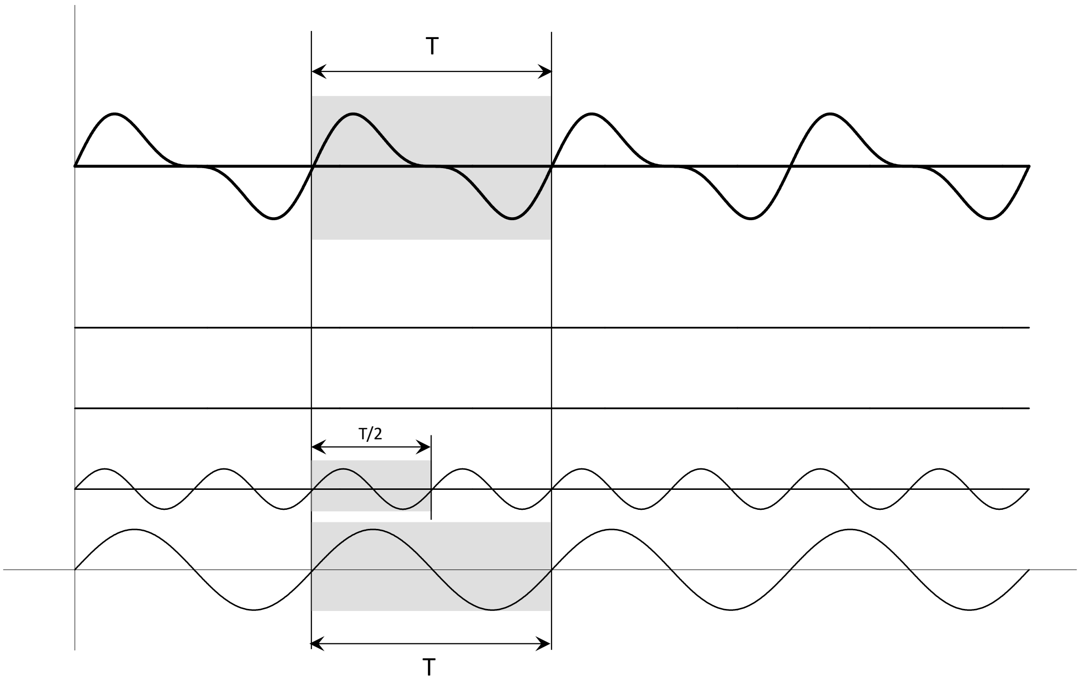


Figure 10 : Fondamental et premier harmonique d'un signal harmonique. Le signal comporte deux composantes monochromatiques à 100 et 200 Hz.

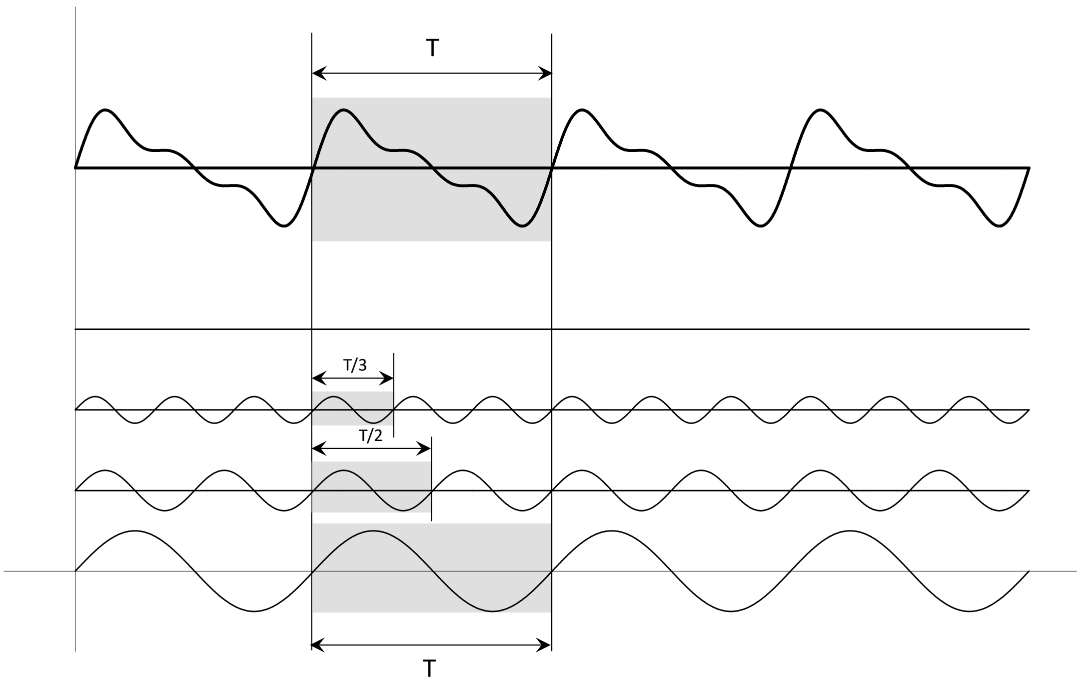


Figure 11 : Fondamental, premier et deuxième harmonique d'un signal harmonique. Le signal comporte trois composantes monochromatiques à 100, 200 et 300 Hz.

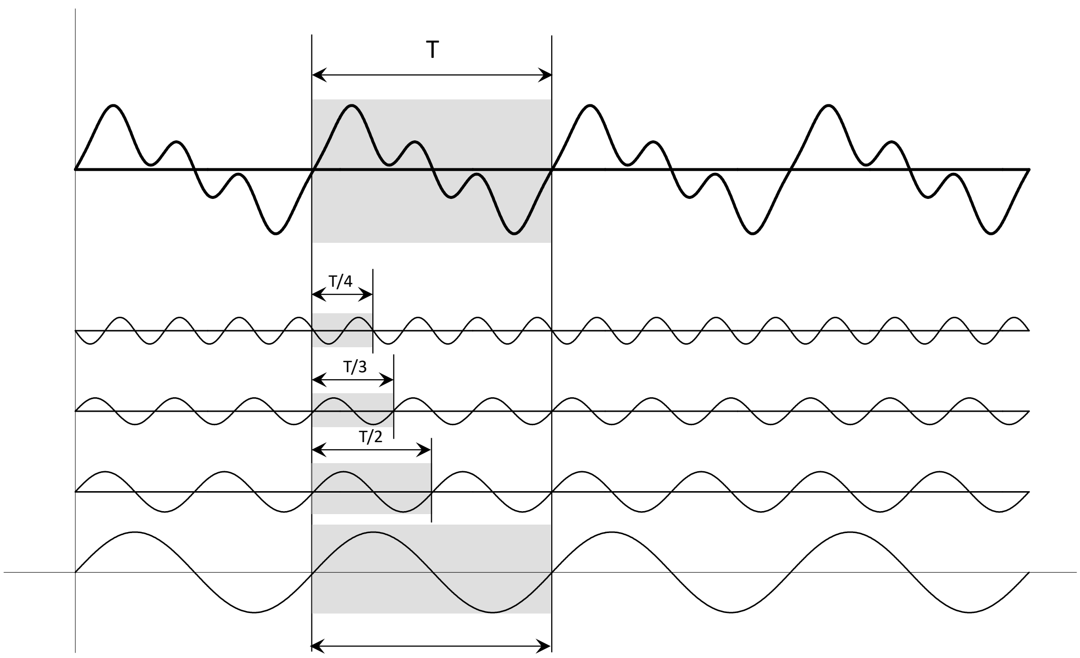


Figure 12 : Fondamental, premier, deuxième et troisième harmonique d'un signal harmonique. Le signal comporte quatre composantes monochromatiques à 100, 200, 300 et 400 Hz. **Les composantes sont en phase.**

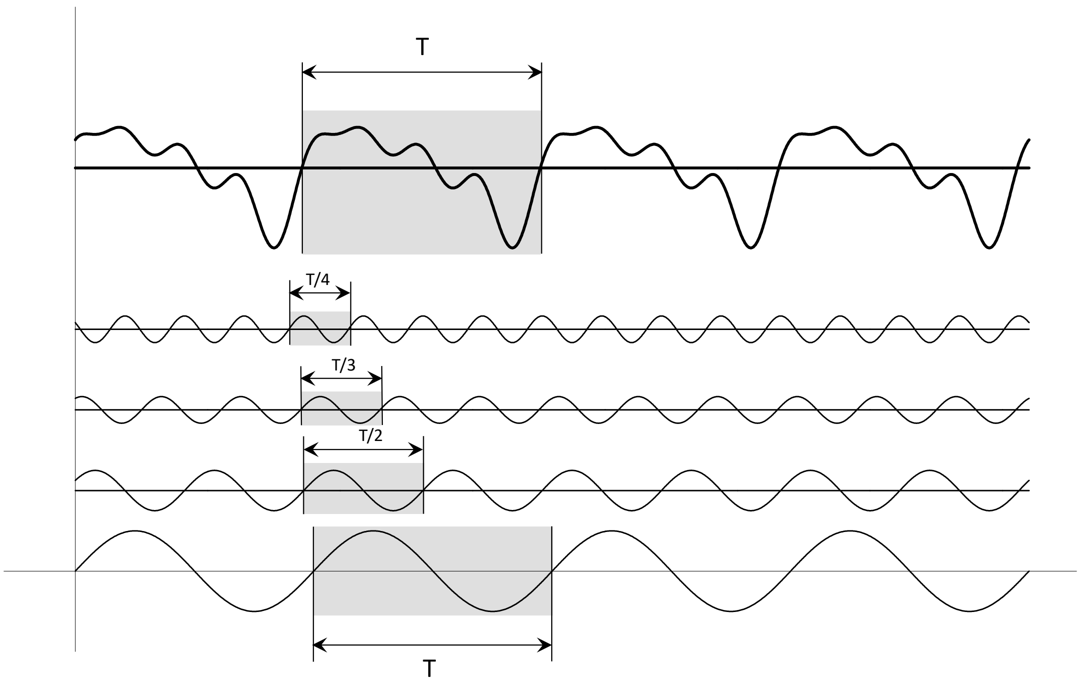


Figure 13 : Fondamental, premier, deuxième et troisième harmonique d'un signal harmonique. Le signal comporte quatre composantes monochromatiques à 100, 200, 300 et 400 Hz. **Les composantes ne sont pas en phase.** Cette figure est à comparer à la figure 12.

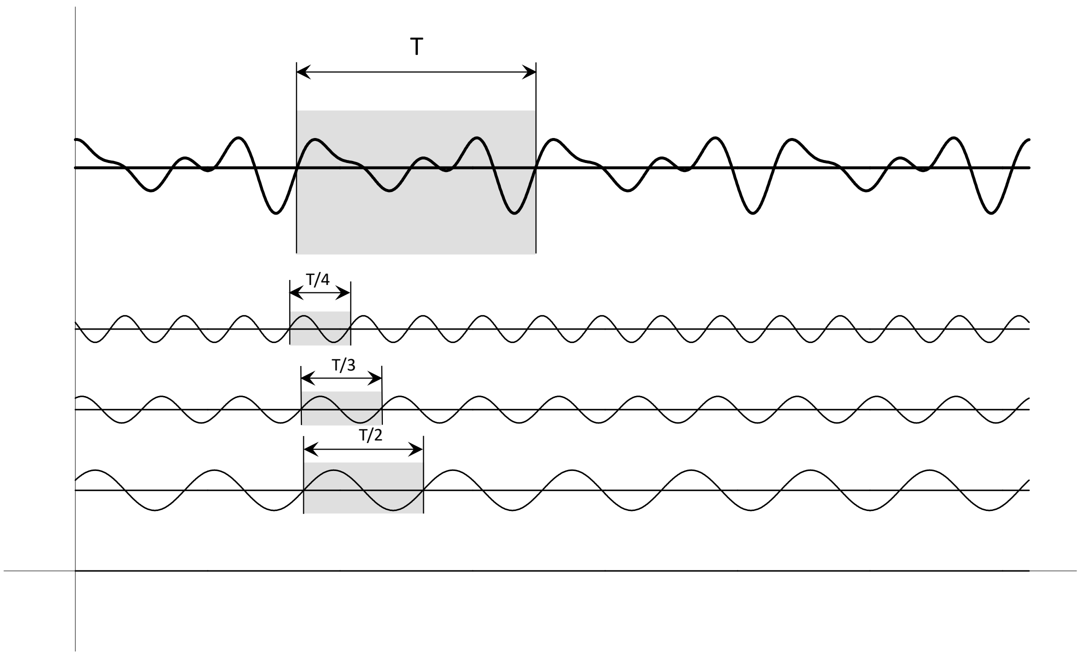


Figure 14 : Combinaisons de sons à 200, 300 et 400 Hz. La fréquence fondamentale est toujours de 100 Hz ... bien qu'il n'y ait pas de composante monochromatique à 100 Hz ! La période est bien de 0,01 seconde.

10. Harmoniques : analyse de Fourier

Joseph Fourier a eu une vie riche et mouvementée. Menacé de la guillotine lors de la Terreur, il échappe au supplice de justesse, accompagne Bonaparte en Égypte, devient préfet de l'Isère puis secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. Spécialiste de la thermique, on lui doit la première théorie physique expliquant le désormais trop fameux *effet de serre*. Il est pourtant surtout connu pour avoir fourni aux physiciens des ondes, presque à son insu d'ailleurs[12], un de leurs outils les plus puissants : les séries de Fourier et leur généralisation : la transformée de Fourier.

Figure 15 : Joseph Fourier (1768-1830)

Nous avons vu que la combinaison de sons monochromatiques dont les fréquences sont toutes multiples d'une même fréquence fondamentale f engendre un son complexe polychromatique périodique dont la période T est l'inverse de f. C'est ce qu'on a appelé la **synthèse sonore**.

Fourier demontre la **réciproque** de cette propriété : tout signal complexe de période T peut être décomposé en une somme de signaux monochromatiques dont les fréquences sont des multiples de $f = \frac{1}{T}$. Le calcul des amplitudes de ces composantes fait l'objet d'un domaine particulier de l'analyse mathématique : l'**analyse de Fourier**.

[12] Fourier introduit ses séries pour résoudre un problème de transfert de chaleur par conduction qui n'est pas un phénomène de nature ondulatoire.

11. Hauteur tonale et distance tonale

La norme américaine de 1994 définit la hauteur tonale (*pitch*) de manière très lâche comme *cet attribut de la sensation auditive suivant lequel il est possible de classer les sons sur une échelle allant du grave à l'aigu*.

William Hartmann[13] donne de la hauteur tonale une définition opérationnelle : *on dit d'un son qu'il a une hauteur déterminée si on peut lui associer de manière fiable* (et univoque) *un son monochromatique de fréquence donnée*. La hauteur, comme la fréquence, se mesure dès lors en Hertz [Hz].

D'un point de vue musical, la hauteur d'un son est la caractéristique qui détermine la mélodie et l'harmonie.

Par souci de clarté et de simplification nous considèrerons dans ce livre que la hauteur tonale d'un son est directement déterminée par sa fréquence fondamentale.

⇒ Échelle des barks et des mèls (§71).

∴

Si nous jouons les Do successifs sur un piano nous pouvons faire plusieurs observations :

- Les touches correspondantes sont régulièrement espacées de telle sorte que la distance (au sens géométrique) entre deux Do successifs est toujours la même.
- Nous ressentons l'intervalle séparant le Do 1 du Do 2 comme étant identique, d'un point de vue perceptif, à celui qui sépare le Do 4 du Do 5. Nous donnons le même nom à tous ces intervalles : *l'octave*.
- La *différence* de fréquence entre deux Do successifs n'est pas constante : il y a 65 Hz entre la fréquence du Do 2 (130 Hz) et celle du Do 1 (65 Hz) alors qu'il y a 523 Hz entre la fréquence du Do 5 (1.046 Hz) et celle du Do 4 (523 Hz).

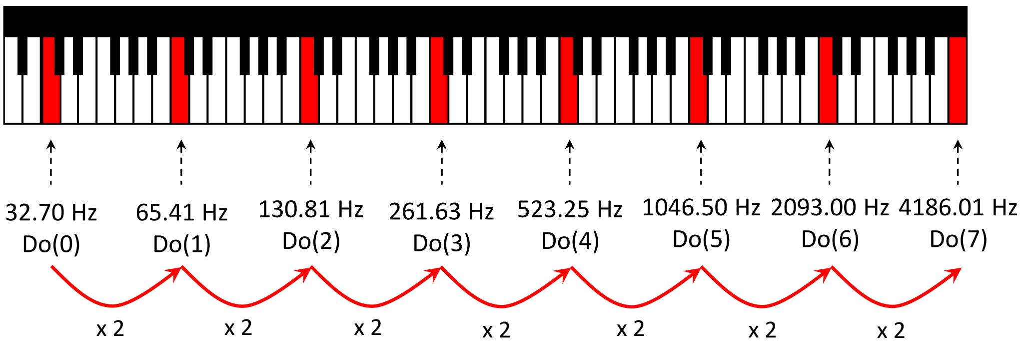


Figure 16 : Fréquence fondamentale associée aux différents Do d'un piano. Les notes rouges sont également espacés en terme de hauteur tonale. Cette grandeur est donc liée au rapport des fréquences et pas à leur différence.

La différence de fréquences entre les deux notes définissant un intervalle n'est donc pas une bonne mesure de cet intervalle. Si la hauteur tonale d'un son est bien mesurée par sa fréquence, l'écart de hauteur tonale entre deux sons est mésurée par **le rapport de ces deux fréquences**.

On peut exprimer cela mathématiquement de différentes manières.

- Notre perception de la hauteur d'un son est logarithmique.
- Les fréquences fondamentales d'une suite de notes que nous percevons comme également espacés forme une suite géométrique.

[13] **William Hartmann,** *Signals, sound and sensation*, Springer, 1998.

12. Timbre et harmoniques

Observons le signal associé à une note unique jouée sur un piano (figure 17). La note est tenue. Regardons ensuite de plus près ce qui se passe dans la zone 1. On appelle la partie du signal dont est extraite la zone 1 la *zone de stabilité* du signal musical. Dans cette zone, la fluctuation de pression acoustique a un caractère clairement périodique (figures 18 et 19) : **à la période T correspond la fréquence fondamentale f=1/T qui définit la hauteur tonale de la note considérée**.

Puisque le signal est périodique, Fourier nous enseigne qu'il est le résultat de la combinaison de plusieurs signaux monochromatiques de fréquences f, 2f, 3f, 4f, etc. Chacun de ces signaux élémentaires possède sa propre amplitude.

Le timbre d'un instrument de musique est l'ensemble des caractéristiques du son que produit cet instrument et qui permet de différencier le son qu'il émet en jouant une note donnée de celui que produit un autre instrument jouant la même note[14]. **Le premier élément physique qui détermine le timbre d'un instrument est la présence ou l'absence de certains harmoniques, leur plus ou moins grand nombre et leurs amplitudes relatives (figure 20).**

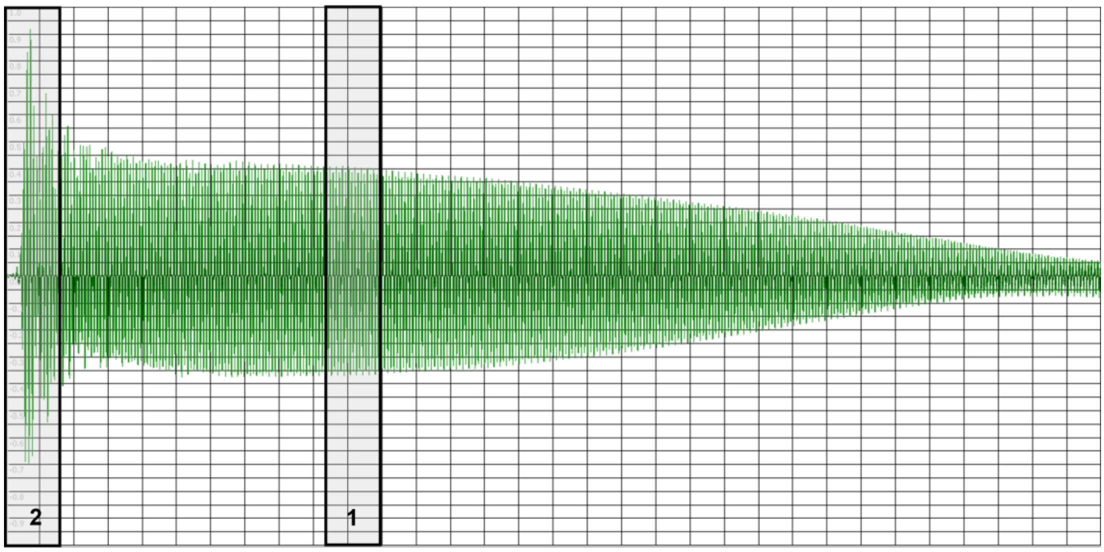


Figure 17 : Signal sonore associé à une note unique, tenue, jouée sur un piano.

[14] On ignore ici le cas des instruments transpositeurs de telle sorte que « jouant la même note » veut bien dire « jouant un son de même hauteur tonale ».

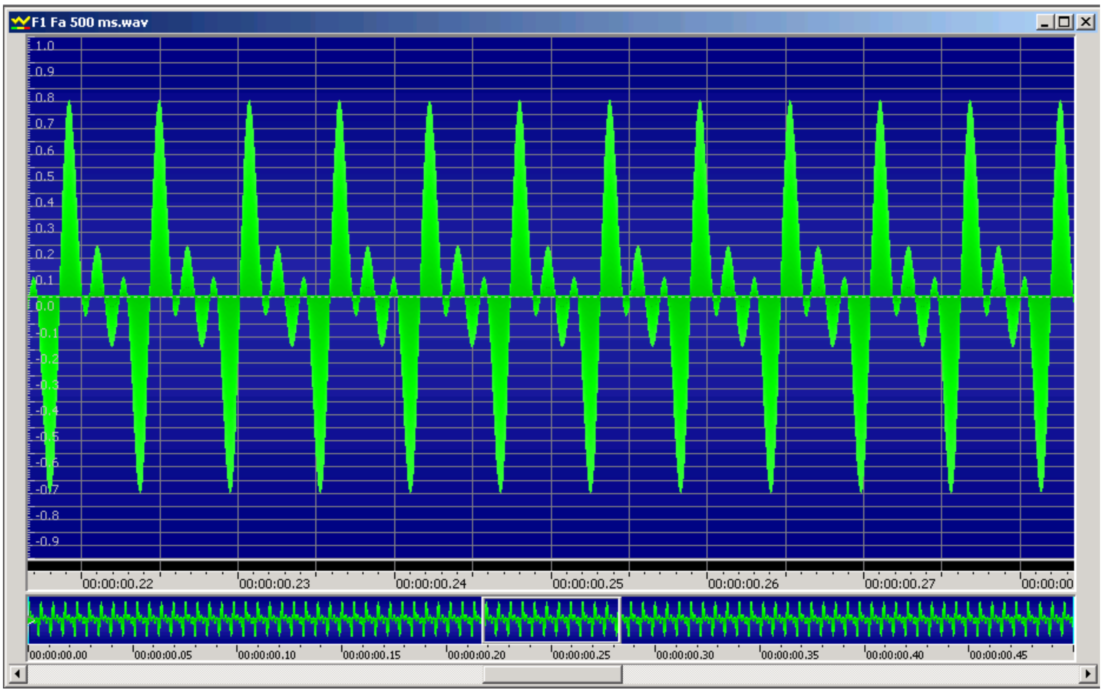


Figure 18 : Zoom sur la zone 1 de la figure 17.

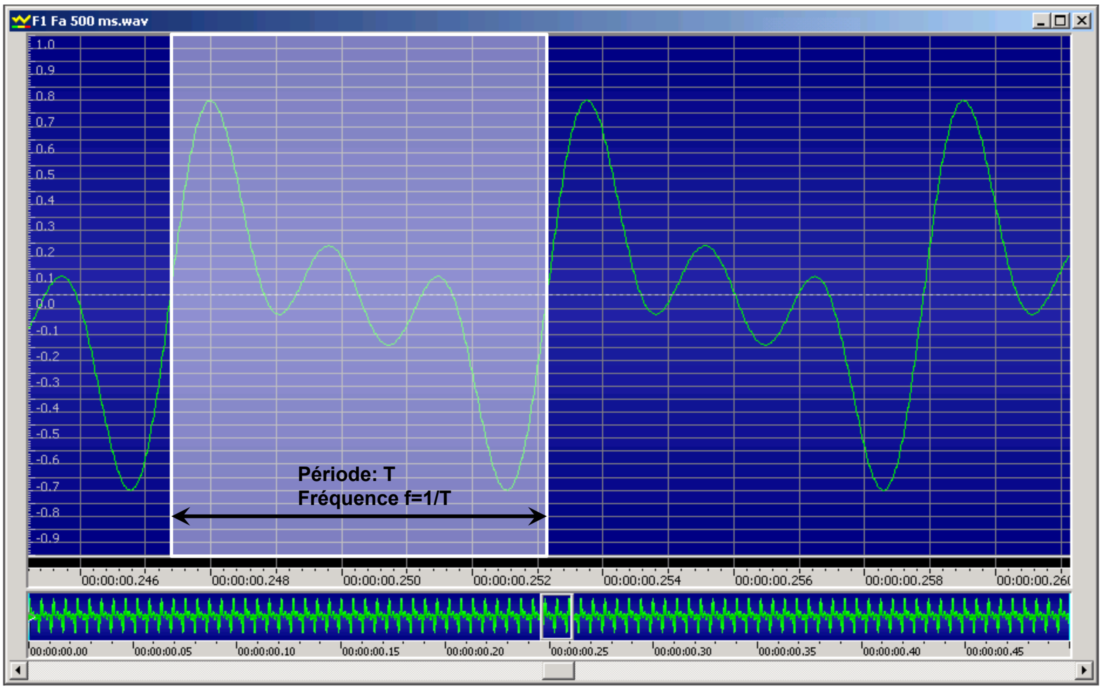


Figure 19 : Zoom rapproché sur la zone 1 de la figure 17. Le motif de durée T qui se répète est mis en évidence.

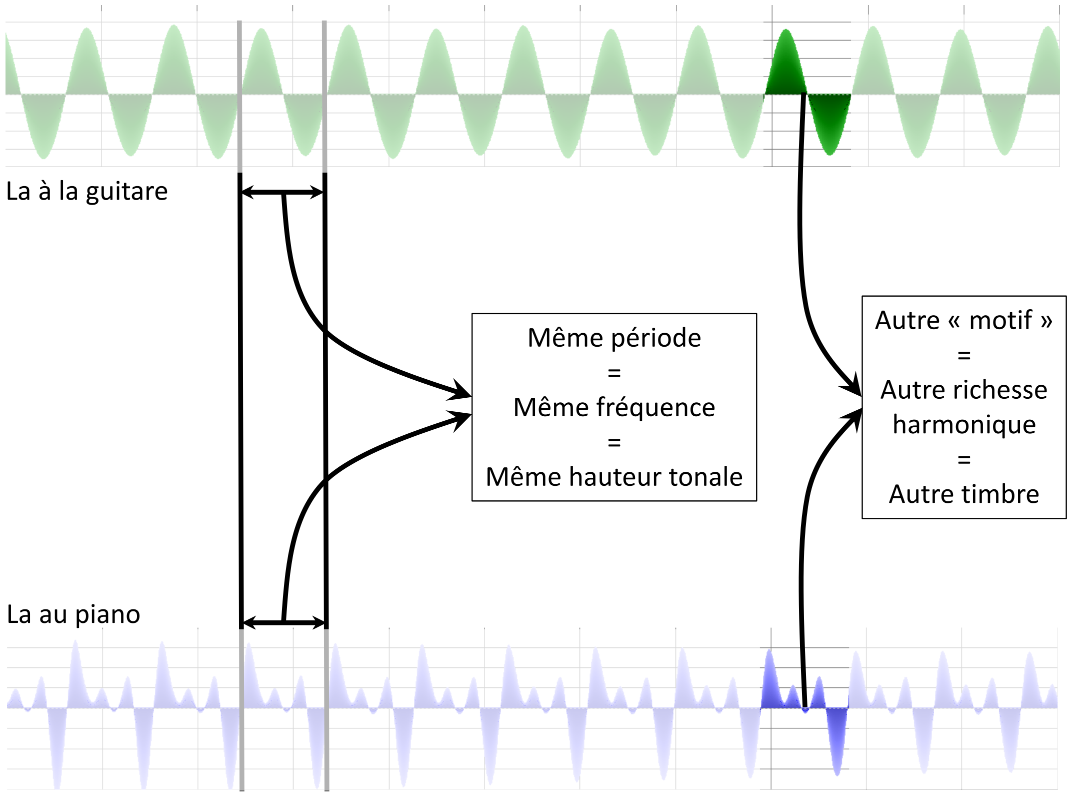


Figure 20 : Un piano et une guitare jouant la même note produisent un signal sonore différent bien que caractérisé par la même période, la même fréquence fondamentale et la même hauteur tonale. Dans sa phase de stabilité (zone 1), la différence entre les deux signaux s'explique par l'amplitude relative différente des harmoniques.

13. Spectre sonore

Plutôt que de représenter graphiquement le signal, il est souvent utile de représenter les fréquences des sons monochromatiques qui le constitue et l’amplitude de chacune de ces composantes.

On appelle un tel diagramme le *spectre sonore*. Les fréquences présentes dans le spectre sont appelées les *composantes spectrales* du signal.

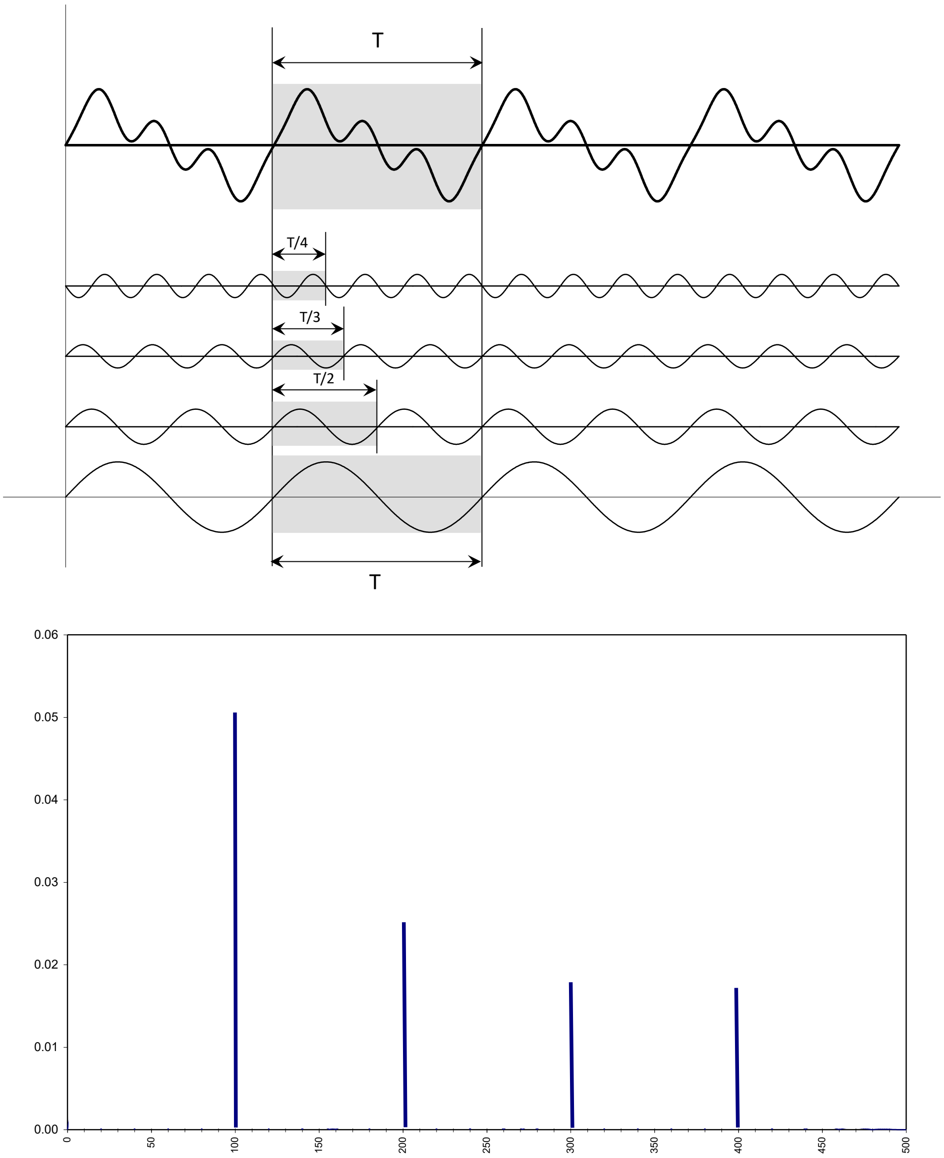


Figure 21 : Le signal du haut est constitué de quatre sons monochromatiques de fréquences 100, 200, 300 et 400 Hz. Le spectre représente ce fait graphiquement et associe son amplitude particulière à chaque composante.

14. Harmoniques et intervalles naturels

Le fait que le signal sonore associé à une note unique soit, pendant une partie assez longue de sa durée totale, périodique et qu'il soit donc, dans cette zone, le résultat de la combinaison de plusieurs signaux monochromatiques dont les fréquences sont toutes multiples d'une même fréquence fondamentale est profondément ancré dans notre sens de l'ouïe. Sans nécessairement les décoder et en avoir conscience, nous identifions le fondamental et ses harmoniques et donnons un sens particulier à la distance tonale qui les sépare.

Notre perception de l'écart de hauteur tonale entre deux notes étant liée au rapport des fréquences de ces deux notes, nous pouvons associer une fraction simple à l'écart entre deux harmoniques quelconques d'un son. Aux harmoniques m et n d'un son de fréquence fondamentale f correspond la distance tonale :

$$\frac{m \times f}{n \times f} = \frac{m}{n}$$

Ces écarts définissent des intervalles que nous appelons *intervalles naturels* :

- Un rapport de fréquence 2 (ou 2/1 si on veut tout exprimer sous forme fractionnaire) est caractéristique d'un intervalle d'octave.
- Un rapport de fréquence 3/2 définit un intervalle de quinte.
- La quarte est définie par un rapport de fréquence 4/3.
- Les tierces majeures et mineures sont respectivement caractérisées par les rapports de fréquences 5/4 et 6/5.
- Les rapports 7/6 et 8/7 ne sont associés à aucun intervalle ayant reçu un nom particulier et on ne les rencontre pas en musique.
- Le rapport de fréquence 9/8 est caractéristique d'un intervalle de seconde majeure.

∴

Les intervalles peuvent se combiner. Soient trois fréquences f_1, f_2 et f_3. Les deux premières sont séparées par une tierce majeure naturelle et les deux dernières par une quarte naturelle :

$$f_2 = \tfrac{5}{4} \times f_1 \text{ et } f_3 = \tfrac{4}{3} \times f_2$$

Musicalement, la combinaison d'une tierce majeure et d'une quarte donne une sixte (majeure). L'intervalle de sixte est donc caractérisé par le rapport de fréquence 5/3 :

$$f_3 = \frac{4}{3} \times f_2 = \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times f_1 = \frac{5}{3} \times f_1$$

∴

Les intervalles peuvent également se soustraire. Soient trois fréquences f_1, f_2 et f_3. Les deux premières sont séparées par une tierce majeure naturelle et la première et la dernière par une quinte naturelle :

$$f_2 = \tfrac{5}{4} \times f_1 \text{ et } f_3 = \tfrac{3}{2} \times f_1$$

Quel est l'intervalle qui sépare la deuxième et la troisième note ? Trouvons-le par calcul:

$$f_1 = \frac{4}{5} \times f_2 = \frac{2}{3} \times f_3 \rightarrow f_3 = \frac{3}{2} \times \frac{4}{5} \times f_2 = \frac{6}{5} \times f_2$$

Cet intervalle est donc, comme la théorie musicale nous le laissait deviner, une tierce mineure.

⇒ Tempéraments de Pythagore (§22)
⇒ Tempéraments de Zarlino (§29)

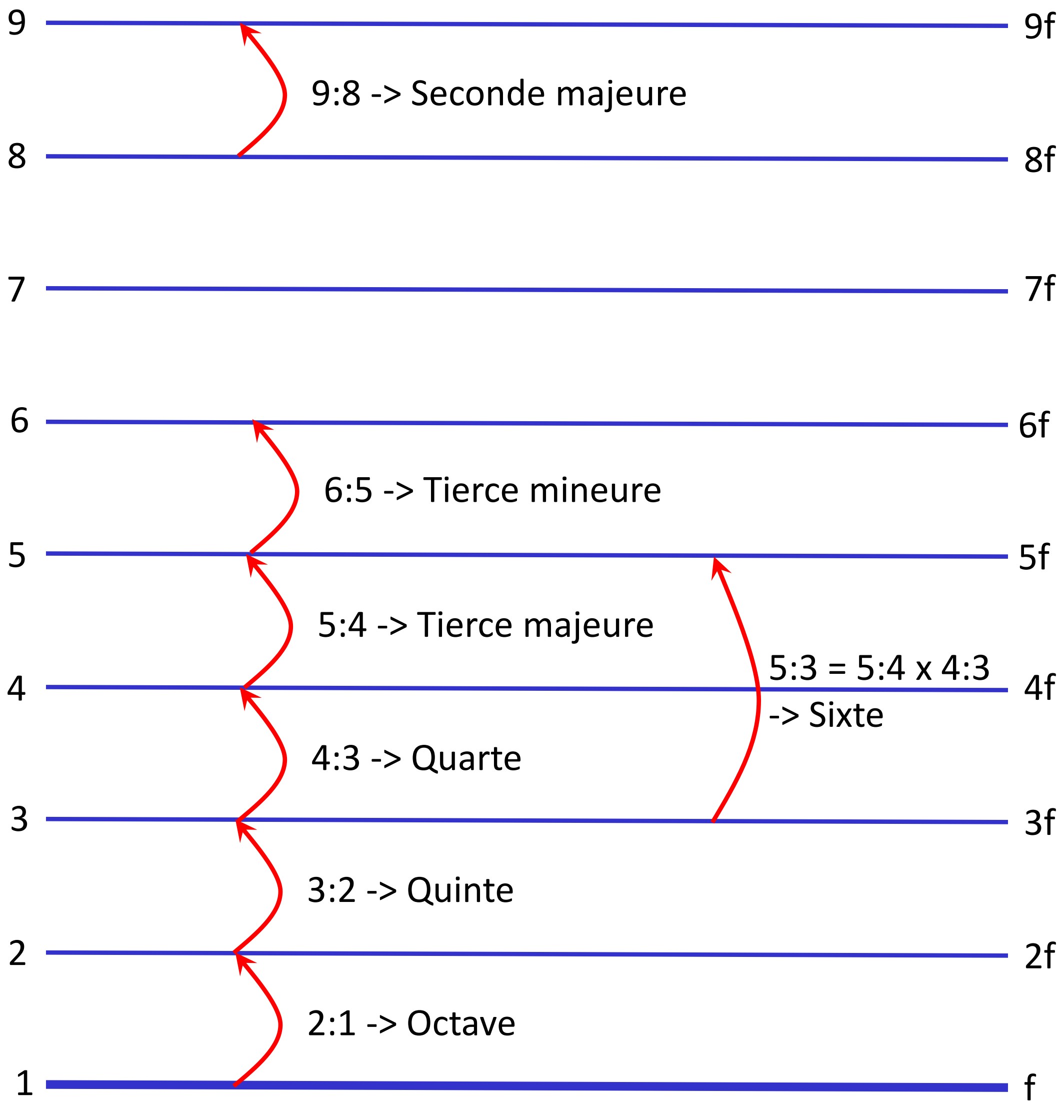


Figure 22 : Le signal du haut est constitué de quatre sons monochromatiques de fréquences 100, 200, 300 et 400 Hz. Le spectre représente ce fait graphiquement et associe son amplitude particulière à chaque composante.

15. Enveloppe sonore

Reprenons le signal de la note jouée au piano et zoomons cette fois-ci sur la partie 2. On appelle cette première partie du signal l'*attaque* du son. On constate que, dans cette zone, le signal est très irrégulier et certainement pas périodique. Cette phase du signal est pourtant très caractéristique de l'instrument qui produit le son et est un des éléments essentiels qui en définit le timbre.

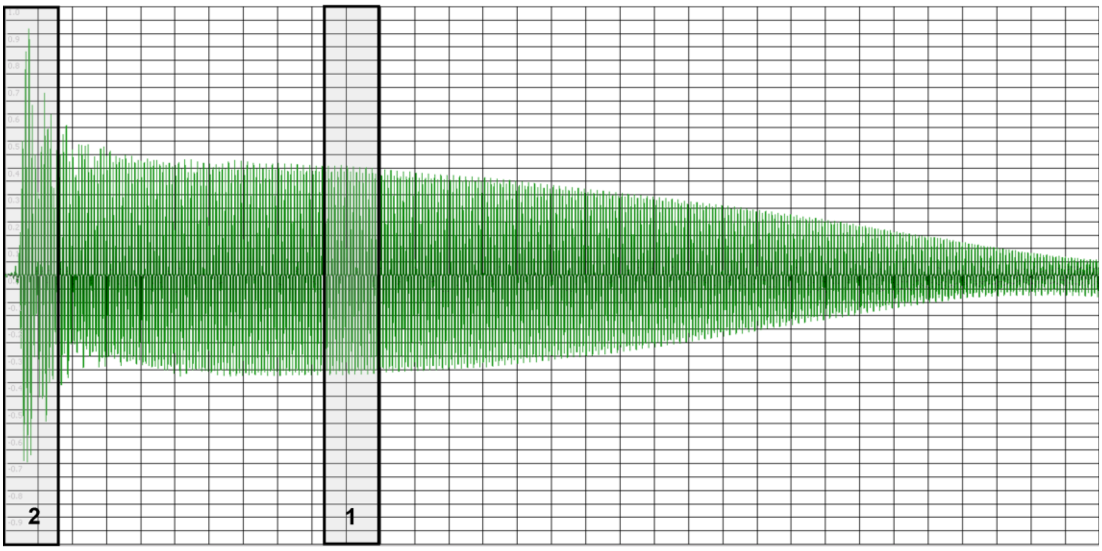


Figure 23 : Signal sonore associé à une note unique, tenue, jouée sur un piano.

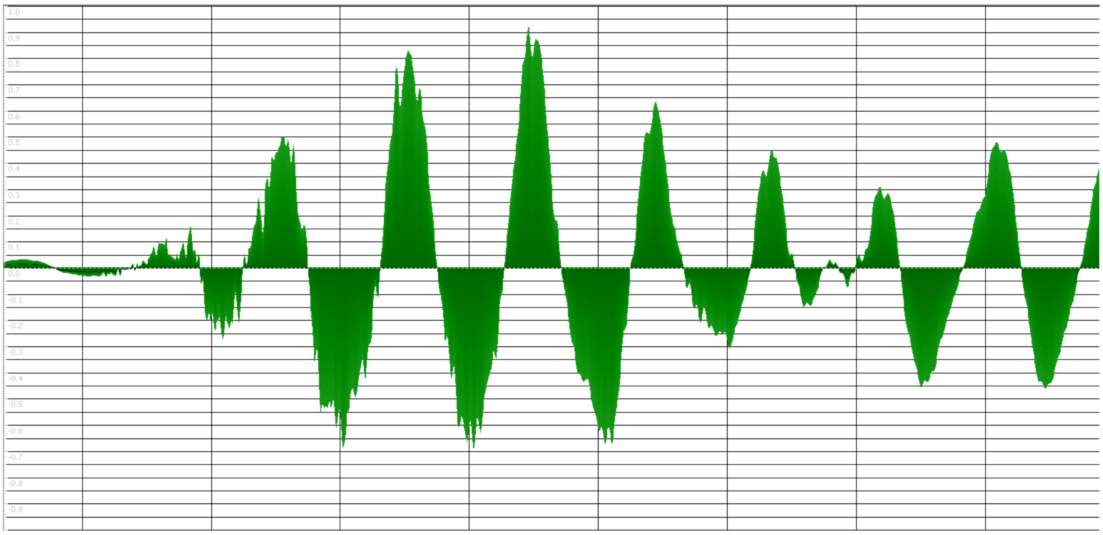


Figure 24 : Zoom sur la partie 2 du signal de la figure précédente.

Nous ne pouvons mener une analyse détaillée des différentes parties du signal dans le cadre d'une introduction à l'acoustique musicale. Nous pouvons toutefois constater qu'il est possible de schématiser la **forme d'ensemble** du signal de manière à en faire ressortir quatre parties.

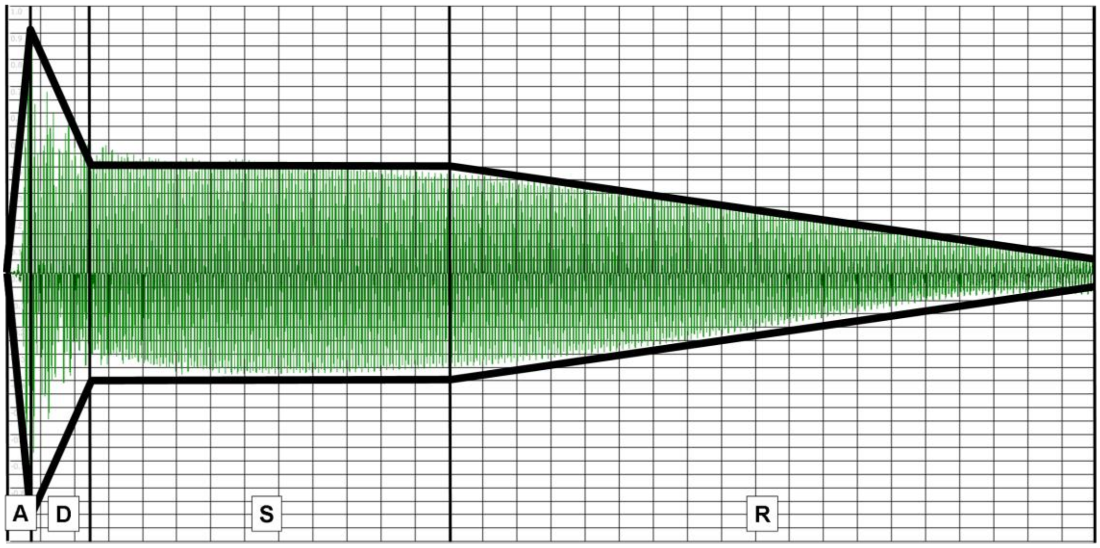


Figure 25 : Enveloppe ADSR du signal.

- La première zone (A pour *attaque* ou *attack*) est caractérisée par une montée rapide de l'amplitude des fluctuations de pression et par un signal complexe et irrégulier.
- Après une montée rapide du niveau sonore, celui-ci décroît un peu (zone D pour *décroissance* ou *decay*).
- Survient alors une phase de stabilité (zone S pour *stabilité* ou *sustain*) qui est celle déjà étudiée où le signal est périodique).
- Après un certain temps, le signal semble s'épuiser et se met à décroître ; c'est la zone R (relâchement ou release).

Cette forme globale du signal, qui ne suit pas ses multiples oscillations mais colle aux valeurs maximum et minimum de pression, est appelée l'enveloppe du signal. La décomposition en quatre phase ADSR constitue une modèle simplifié de l'enveloppe réelle. Notons que certains synthétiseurs permettent aux musiciens de former leur son en jouant directement sur les paramètres de la fenêtre.

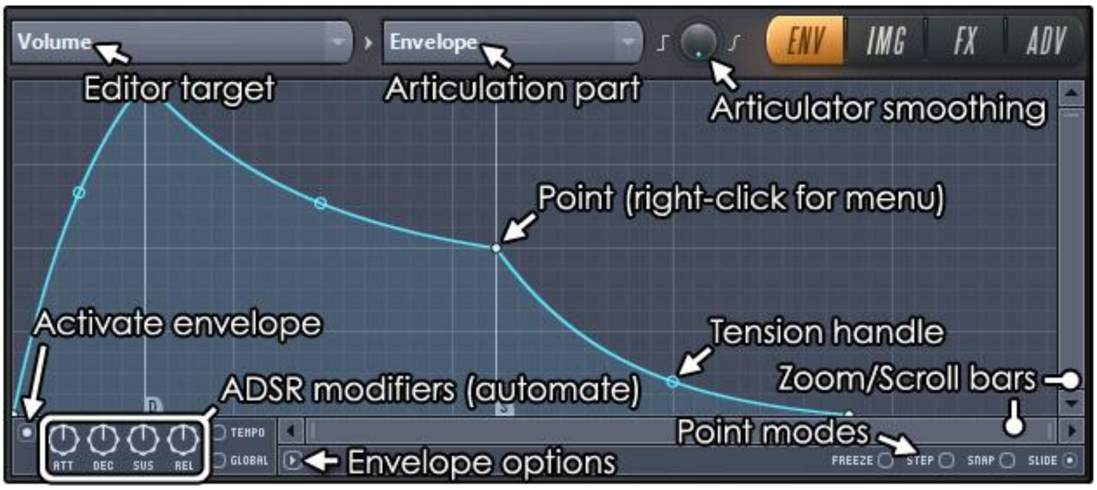


Figure 26 : Interface d'un système de synthèse sonore permettant de jouer sur les paramètres de l'enveloppe du signal.

Voyons encore sur quelques exemples la grande variété des formes possibles pour l'enveloppe ADSR en regardant le signal, et l'enveloppe associée, du son d'une note unique jouée à la clarinette (figure 27), la guitare (figure 28) et la flûte (figure 29).

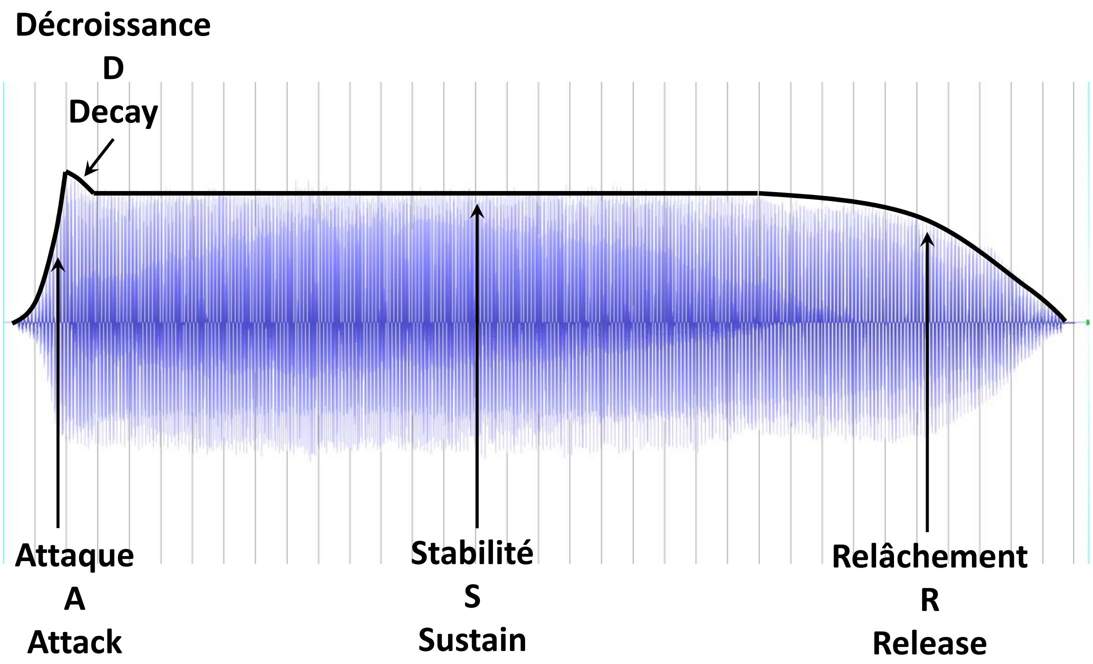


Figure 27 : Signal et enveloppe ADSR d'une note jouée à la clarinette.

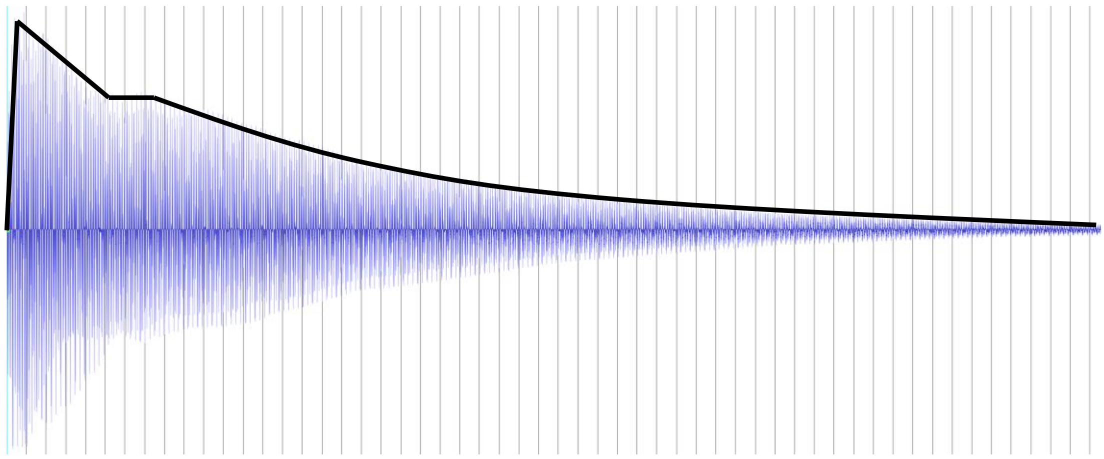


Figure 28 : Signal et enveloppe ADSR d'une note jouée à la guitare.

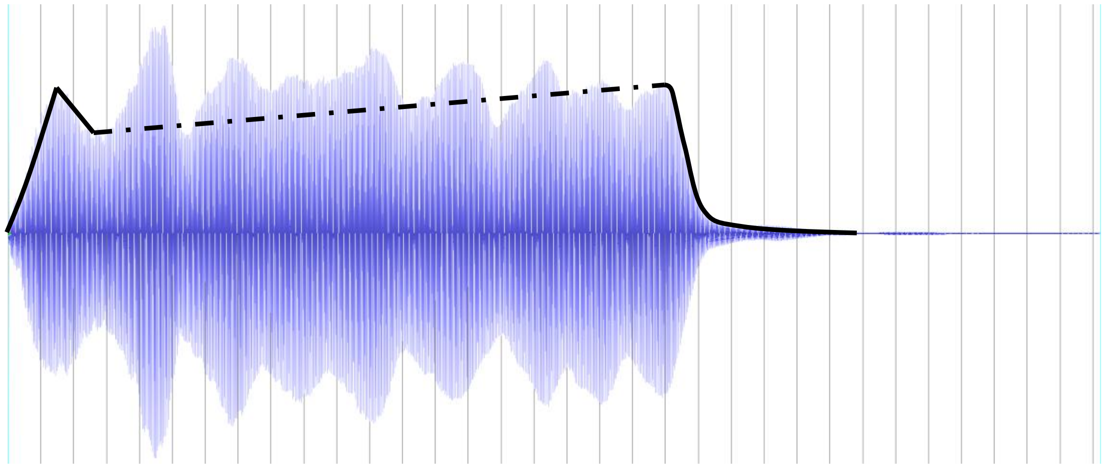


Figure 29 : Signal et enveloppe ADSR d'une note jouée à la flûte. Observez l'effet de vibrato dans la phase de stabilité (sustain).

16. Spectre discret, spectre continu

Un **signal périodique** présente un **spectre discret**[15]. Si la période est T, le spectre ne présente pas d'autres composantes que celles correspondant aux fréquences f=1/T, 2f, 3f, etc. Plus la période est grande, plus la fréquence fondamentale est petite et plus les harmoniques sont proches :

- T=0,001 s → f=1.000 Hz → la distance entre harmoniques est de 1.000 Hz ;
- T=0,01 s → f=100 Hz → la distance entre harmoniques est de 100 Hz.

Quel est le spectre d'un **signal non-périodique** ? On peut comprendre intuitivement qu'un signal non-périodique est un signal pour lequel on peut attendre un temps infini sans jamais revoir se présenter la même séquence temporelle ; c'est donc un signal dont la période est infinie. Si la période est infinie, la fréquence fondamentale est nulle et les harmoniques sont infiniment proches. **Le spectre d'un signal non-périodique est continu**.

L'énergie d'un signal périodique se répartit sur un nombre discret d'harmoniques et chacune porte une énergie finie, éventuellement nulle. L'énergie d'un signal non-périodique se répartit sur un ensemble infini d'harmoniques et chacune porte une énergie infinitésimale, éventuellement nulle.

Si on y réfléchit bien, **un signal réel n'est jamais périodique** car il a toujours un début et une fin et ne se répète donc pas depuis toujours et pour toujours. Il peut certainement être périodique pendant un temps, même pendant longtemps, mais il n'est jamais authentiquement périodique et son spectre n'est donc jamais discret.

Les concepts ci-dessus jettent une nouvelle lumière sur le modèle musical que nous avons donné précédemment :

- un son pur à la fréquence fondamentale se combine à d'autres sons purs à des fréquences multiples de la fréquence fondamentale engendre un signal périodique d'extension temporelle infinie dont le spectre est discret ;
- la modulation de ce signal harmonique par une enveloppe (qu'on appelle aussi une *fenêtre temporelle*) lui donne un début et une fin, le rend non périodique et rend son spectre continu.

Les figures suivantes illustrent ces concepts.

[15] Le mot discret signifie que les composantes spectrales sont *dénombrables*: on peut leur assigner un numéro d'ordre, même si leur nombre total est infini. A un ensemble discret s'oppose un ensemble continu: on peut dénombrer les atomes de l'univers mais on ne peut compter le nombre de points de l'espace; le premier ensemble a un nombre d'éléments discret, l'autre a la puissance du continu (tel est le terme !).

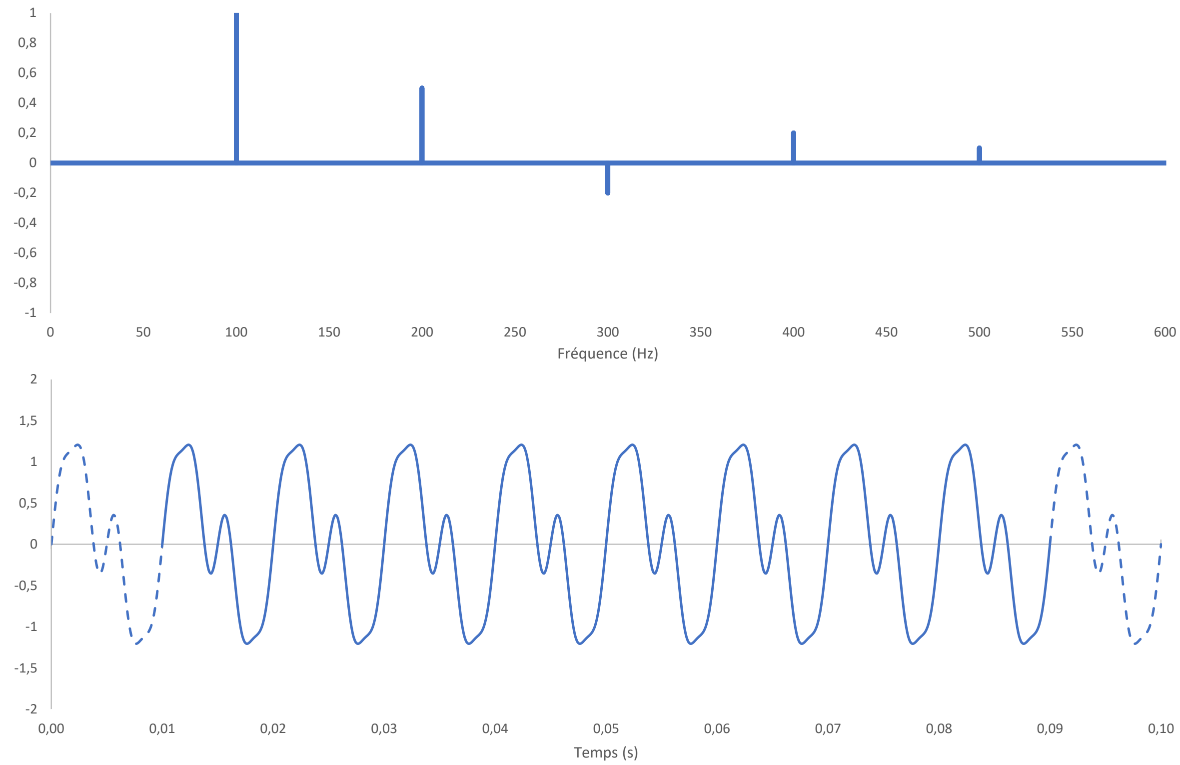


Figure 30 : La figure du bas donne un signal périodique temporel. Le début et la fin de la partie représentée du signal est en traits pointillés pour insister sur le fait que le comportement périodique se perpétue à gauche comme à droite de l'intervalle temporel représenté. La figure du haut représente le spectre de ce signal. Il est discret et ne comporte que quatre composantes spectrales.

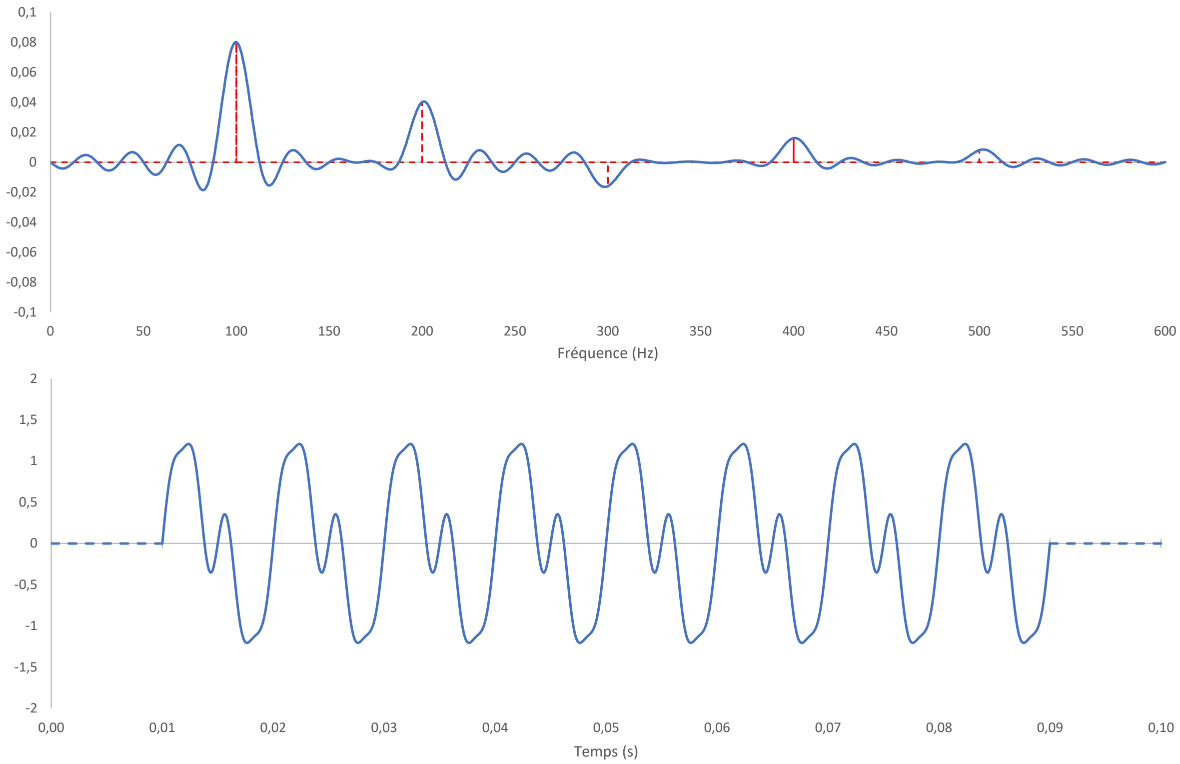


Figure 31 : Le signal périodique de la figure 30 a été **tronqué** : huit périodes du signal viennent brièvement perturber le silence matérialisé par les deux lignes horizontales en traits pointillés. Le spectre (figure du haut) n'est plus discret mais continu. Il présente toutefois des maximums (approximativement) aux fréquences des harmoniques du signal original.

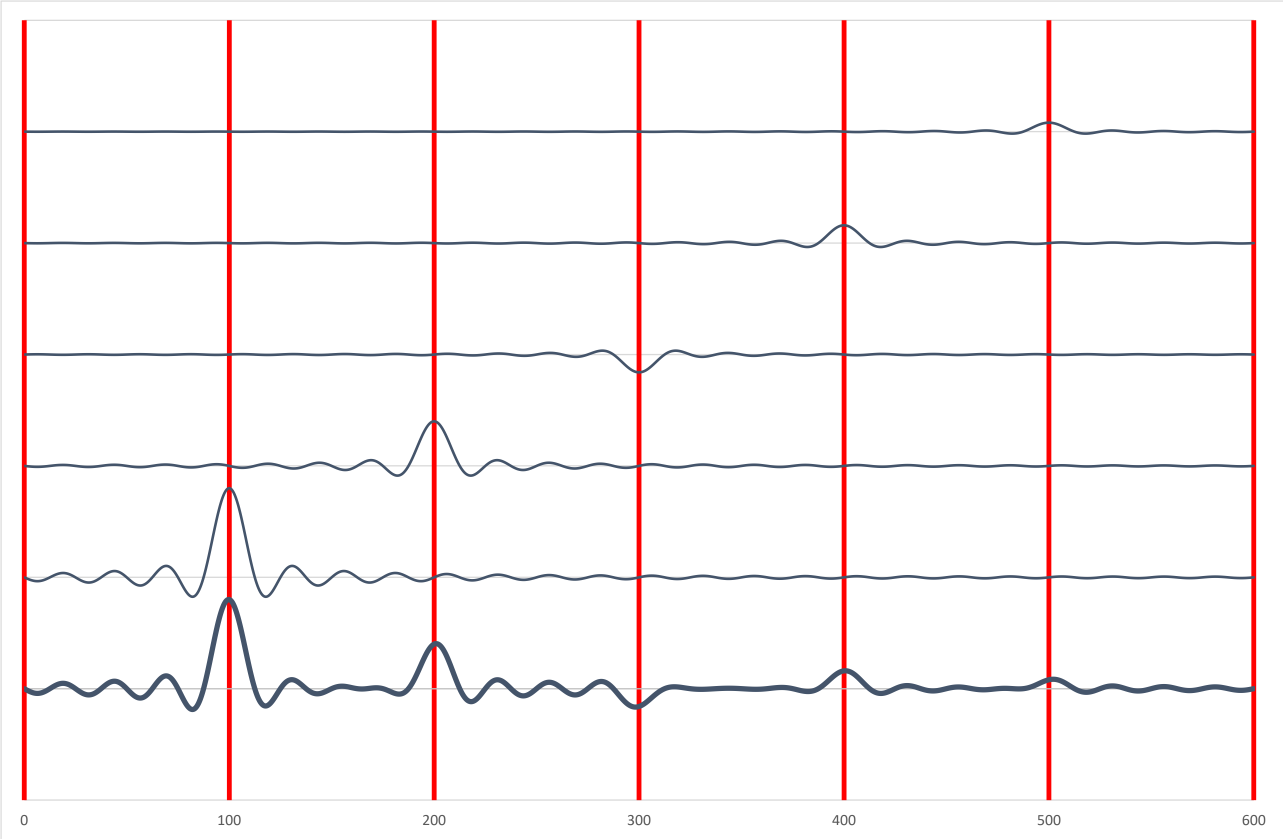


Figure 32 : Le signal de la figure 30 est le résultat de la combinaison de cinq sons purs et son spectre contient cinq composantes. Le spectre continu de la figure 31 (courbe en traits épais) est le résultat de la combinaison de cinq fonctions (les cinq courbes en traits fins) identiques mais (1) centrées chacune sur la fréquence de l'harmonique considéré et (2) multipliées par l'amplitude de cet harmonique. La courbe qui se répète est caractérisque de la forme de la fenêtre (ici une fenêtre rectangulaire ; on passe du silence au son puis au silence sans transition et l'amplitude du son ne subit pas de modulation). On dit que le spectre continu est le résultat de la **convolution** du spectre discret du signal non-fenêtré par le spectre associé à la fenêtre.

17. Spectre dynamique et sonagramme

À une note est associée un spectre qui reflète son contenu harmonique et la forme de son enveloppe. À un signal correspond un spectre.

Pourtant, on a la sensation assez nette que le contenu fréquentiel d'un son, même d'une note unique, se modifie avec le temps. Cette perception peut être objectivée en recourant à un spectre dynamique. À un instant t donné du signal est associé un spectre calculé sur une fraction du signal centrée sur cet instant t. Le spectre dynamique (c'est-à-dire variant dans le temps) dépend de la forme et de la largeur de la fenêtre utilisée pour extraire chaque tronçon de signal.

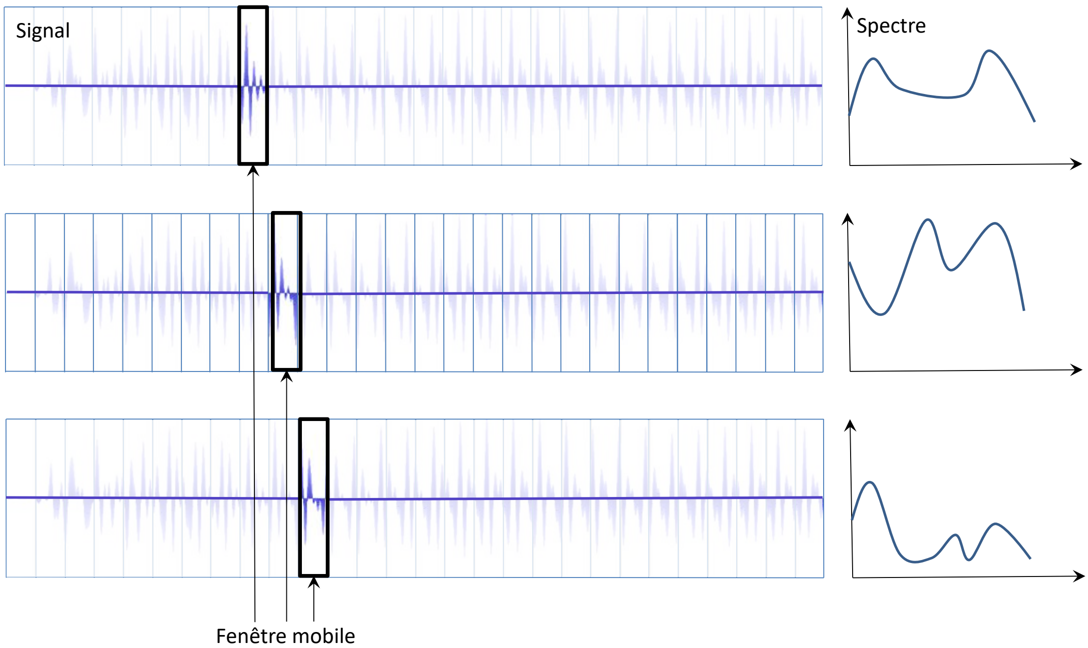


Figure 33 : Spectre dynamique : à chaque instant une fenêtre est appliquée au signal original et le spectre est calculé sur base de ce signal fenêtré. Le spectre change donc en fonction du temps (les spectres représentés sont purement illustratifs).

∴

Un sonagramme est une représentation graphique, une sorte de photographie d'un son. Observons par exemple le sonagramme d'une note unique jouée à la flûte (figure 34). L'axe horizontal représente le déroulement du temps. L'axe vertical représente les fréquences. Un point particulier du diagramme représente donc la composante fréquentielle f au temps t ; sa couleur désigne l'intensité de cette composante spectrale à cet instant suivant une échelle qui va du faible (bleu, froid) au fort (rouge, chaud).

Une ligne horizontale du sonagramme représente l'évolution d'une composante fréquentielle (spectrale) au cours du temps.

Une ligne verticale du sonagramme représente le spectre dynamique à un instant donné.

Un sonagramme est également souvent appelé spectrogramme (en anglais : *spectrogram*).

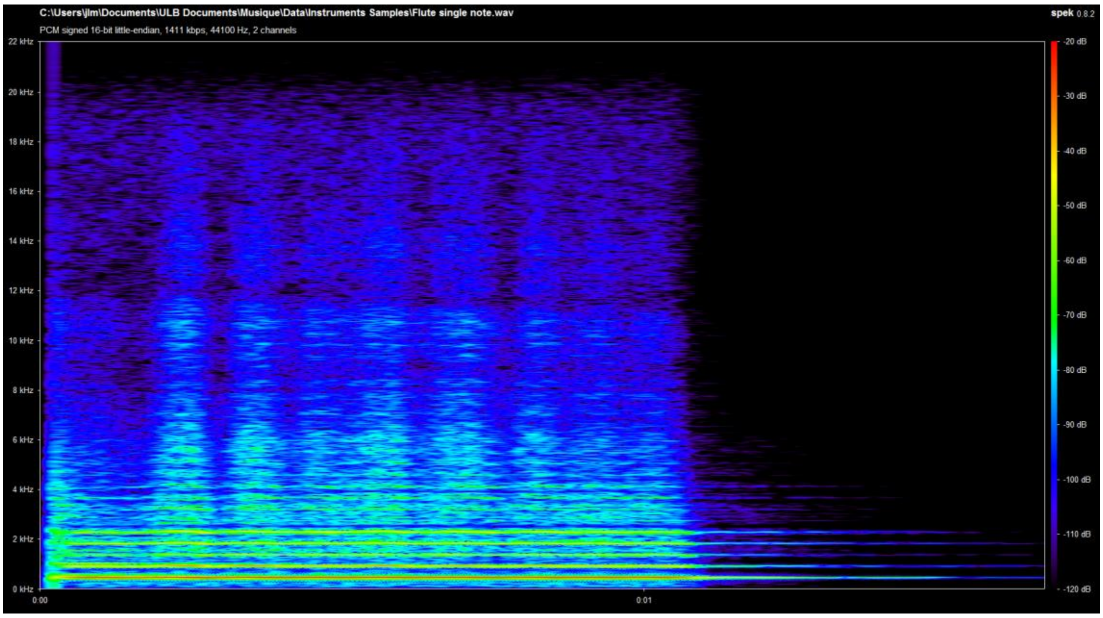


Figure 34 : Sonagramme d’une note jouée à la flûte.

18. Synthèse sur le son musical

Un son (§ 4) est une fluctuation petite (§ 6) et rapide (§ 7) de la **pression atmosphérique** (§ 5) autour de sa valeur moyenne. Les sons purs (§ 8) sont les éléments de base qui permettent de construire des sons périodiques complexes (§ 9); l'analyse de Fourier permet d'extraire ces composantes monochromatiques d'un signal complexe (§ 10).

Les principaux déterminants du signal sonore caractérisant une note de musique sont :

- sa hauteur tonale (grave vs. aigu, § 11) est définie par la fréquence fondamentale du motif périodique observé au cours de sa phase de stabilité (*sustain*) ;
- son intensité ou son volume (fort ou faible) est défini par l'amplitude des fluctuations de pression qui caractérisent le signal ;
- son timbre est défini par :
    - l'amplitude relative du fondamental et des différents harmoniques (§ 12) ;
    - la forme de l'enveloppe (ADSR ou autre, § 15).

L'ensemble de ces éléments peut-être synthétisé en une image particulièrement parlante du son : le sonagramme (§ 17).

19. De la note au morceau

Nous avons maintenant une vision assez claire de ce qui définit une note et nous disposons de deux descripteurs de celle-ci : le signal (domaine temporel) et le spectre (domaine fréquentiel).

Une pièce musicale est une série de notes jouées par un ou plusieurs instruments, simultanément et/ou consécutivement. Le signal associé au morceau complet est simplement la somme des signaux associés à chaque note, chaque signal élémentaire étant placé à l'endroit idoine le long de l'axe du temps. Le spectre correspondant est également, à un détail près, la somme des spectres de chaque note[16]. Il n'y a donc pas de différence de nature entre une note unique et une symphonie : les deux ont un signal et un spectre. Le signal de la symphonie est simplement plus long et plus complexe et son spectre plus dense et plus chahuté que celui de la note isolée. Sa représentation sous forme de spectrogramme est par ailleurs peu lisible (figure 35).

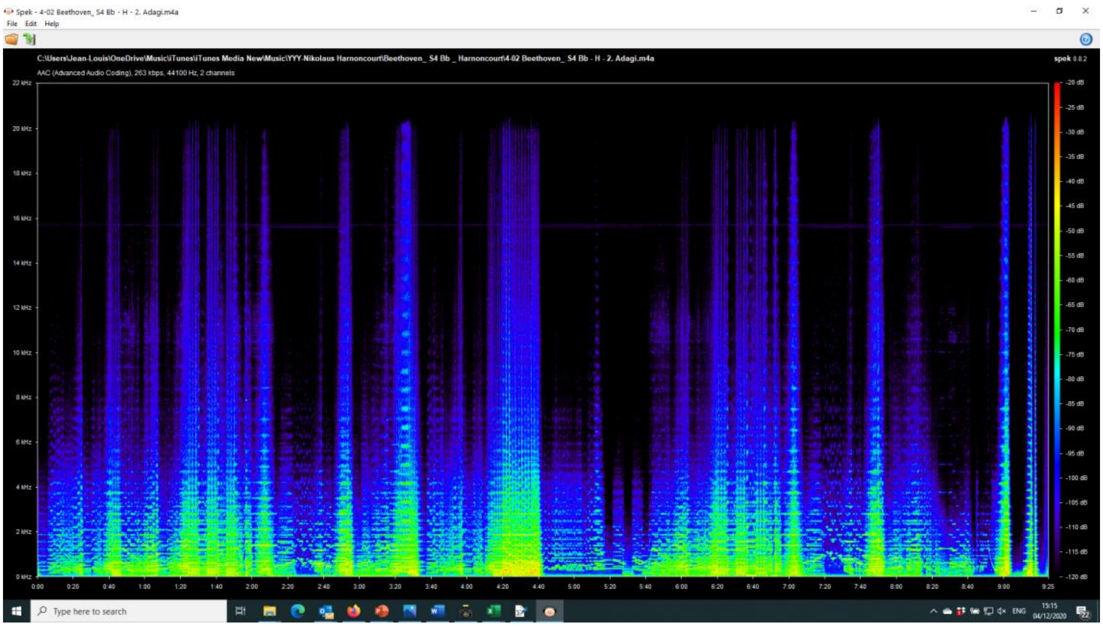


Figure 35 : Sonagramme du deuxième mouvement de la septième symphonie de Beethoven sous la direction de Nikolaus Harnoncourt.

C'est pourquoi on analyse souvent des signaux longs en termes de spectres dynamiques (§ 17), ce qui pose d'ailleurs un problème intéressant à l'analyste. Pour avoir une bonne résolution fréquentielle, c'est-à-dire identifier et distinguer clairement toutes les composantes harmoniques présentes, il faut une fenêtre large (la taille de la fenêtre fixe la plus grande période et donc la plus petite fréquence identifiable). Par contre, pour avoir une bonne résolution temporelle, c'est-à-dire produire un spectre caractéristique d'un instant précis donné, il faut avoir la fenêtre la plus étroite possible. On doit donc toujours trouver un compromis acceptable entre les résolutions temporelle et fréquentielle. Meilleure sera la résolution temporelle, plus il y aura d'incertitude sur les fréquences constitutives du signal à cet instant. Plus la résolution spectrale sera fine, moins l'instant où ces fréquences apparaissent sera connu avec précision.

Cette relation d'incertitude entre temps et fréquence (quand l'incertitude sur un terme augmente, l'autre diminue et réciproquement) fait écho à la fameuse relation d'incertitude de Heisenberg qui précise que, dans le domaine quantique, le produit de l'incertitude sur la position d'une particule et sur sa vitesse est constant : quand l'une augmente, l'autre diminue.

16 Les spectres associés à chaque note doivent être, avant addition, multiplié par un terme de phase dépendant de leur position temporelle par rapport au début du morceau.

20. Tempérament, gamme et mode

Nous abordons maintenant un deuxième thème de ce livre à savoir les bases arithmétiques des tempéraments musicaux et de l'harmonie. Définissons pour commencer les termes importants.

■ Gamme

La gamme musicale occidentale place six degrés entre deux notes séparées par une octave. La première de ces deux notes est appelée la tonique.

Exemple : entre un Do et le Do à l'octave, je place Ré, Mi, Fa, Sol, La et Si.

Nous ne parlons pas à ce stade de notes altérées, juste du nombre de notes et de leur nom.

■ Tempérament

Deux notes successives de la gamme sont séparées soit par un ton, soit par un demi-ton diatonique.

Un tempérament est, en première analyse, un choix particulier du rapport de fréquence définissant le ton (seconde majeure) et le demi-ton diatonique (seconde mineure). La différence entre le ton et le demi-ton diatonique définit le demi-ton chromatique.

Le **tempérament égal** est le plus utilisé depuis le XVIII^{e} siècle ; il définit le ton par le rapport de fréquences $\sqrt[12]{4}$ et décide que les demi-tons diatonique et chromatique sont égaux et caractérisés par le rapport de fréquence $\sqrt[12]{2}$. Nous présenterons ce tempérament au § 31.

La musique ancienne, et toute notre théorie et terminologie musicale, sont basées sur le **tempérament de Pythagore** qui fixe les rapports de fréquences suivants (§ 24) :
ton : 9/8, diatonique : 256/243 et chromatique : 2.187/2.048.

La définition du tempérament donnée ci-dessus est pratique mais pas assez précise. Il existe par exemple des tempéraments où les degrés successifs font apparaître plus de deux intervalles distincts. C'est par exemple le cas du tempérament de Zarlino où apparaît un ton majeur, un ton mineur et un demi-ton diatonique (§ 29).

Une définition plus générale du tempérament, applicable par exemple au tempérament de Zarlino, est la suivante : une suite d'intervalles élémentaires, définis chacuns par leur rapport de fréquences, qui séparent les degrés successifs d'une gamme et couvrent collectivement une octave.

Notations :

- T = ton
- d = demi-ton diatonique
- c = demi-ton chromatique
- l'indice indiquera s'il s'agit du tempérament égal (E), de Pythagore (P) ou de Zarlino (Z).

■ Gamme naturelle

Une **gamme naturelle** est la suite des huit notes, sans altération, commençant sur une tonique donnée et dont la fréquence respecte les intervalles caractéristiques d'un tempérament donné. La gamme naturelle de Mi est par exemple :

Mi+d=**Fa**, Fa+T=**Sol**, Sol+T=**La**, La+T=**Si**, Si+d=**Do**, Do+T=**Ré**, Ré+T=**Mi**

Cette gamme naturelle de Mi sera de tempérament égal si T et d ont les valeurs prescrites par le tempérament égal. Si d'autres définitions de T et d sont choisies, ce sera la gamme de Mi naturel dans le tempérament choisi.

■ Mode

Un **mode** est la suite particulière d'intervalles élémentaires rencontrés dans une gamme naturelle donnée. Pour la gamme de Do, cette suite est TTdTTTd alors que pour la gamme de Mi c'est dTTTdTT.

■ Définition de la gamme

Une gamme est complètement définie par trois choses : une tonique, un mode et un tempérament. Elle est l'application de la suite des intervalles élémentaires du mode, choisis conformément à un tempérament, et appliqués à une tonique donnée. La gamme de Mi (de Mi à Mi) dans le mode de Do (TTdTTTd) et le tempérament égal (indice E) est la suivante :

Do+d_E=**Ré♭**, Ré♭+T_E=**Mi♭**, Mi♭+T_E=**Fa**, Fa+T_E=**Sol**, Sol+d_E=**La♭**,La♭+T_E=**Si♭**, Si♭+T_E=**Do**

21. Diapason

La hauteur tonale est liée à la fréquence, la distance tonale au rapport des fréquences. Reste à se donner une référence ; c'est ce qu'on appelle un diapason.

La référence est aujourd'hui fixée en donnant au La de milieu de clavier d'un piano la fréquence de 440 Hz. Toutes les autres notes sont alors définies par rapport à ce diapason dans le respect d'un tempérament donné.

Le diapason est arbitraire ; il était jadis différent dans les différentes capitales et se situait plutôt quelques Hz plus bas que notre diapason actuel.

Tous nos calculs se feront sur base du La à 440 Hz.

22. Rappel sur les fractions

Somme de deux fractions

On ne peut pas additionner deux fractions dont les dénominateurs sont différents. Additionner des tiers et des quarts serait comme additionner des pommes et des poires. On doit donc les ramener au même dénominateur avant d'additionner les numérateurs.

Formule générale :

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\times d}{b\times d}+\frac{c\times b}{d\times b}=\frac{a\times d+c\times b}{b\times d}$$

Example :

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{3}=\frac{3}{12}+\frac{8}{12}=\frac{11}{12}$$

Produit de deux fractions

Le produit de deux fractions s'obtient en mettant au numérateur le produit des numérateurs et au dénominateur le produit des dénominateurs.

Formule générale :

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$$

Example :

$\frac{1}{4}x\frac{2}{3}=\frac{2}{12}$ qui se simplifie en $\frac{1}{6}$

Quotient de deux fractions

Le quotient de deux fractions est le produit de la première par l'inverse de la seconde.

Formule générale :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c}$$

Examples :

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{4}x\frac{3}{2}=\frac{3}{8}$$

$$\frac{\frac{1}{3}}{2}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{1}}=\frac{1}{3}x\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

Puissance d'une fraction

Quand on élève une fraction à une puissance n, on élève séparément le numérateur et le dénominateur à cette puissance (on raisonne ici sur des nombres positifs).

Formule générale :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$$

23. Rappel sur les puissances

■ Définition

Élever un nombre à une puissance entière n, c'est multiplier n fois ce nombre par lui-même :

$$a^n = a \times a \times \ldots \times a$$

Exemples :

$$a^3 = a \times a \times a$$

$$a^5 = a \times a \times a \times a \times a$$

■ Somme de deux puisances

La somme de deux puissances est ... la somme de deux puissances. On ne peut pas la ramener à une autre forme utile.

$$a^n + a^m = a^n + a^m$$

■ Produit de deux puissances

Formule générale :

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

Exemple :

$$a^3 \times a^5 = a^8$$

■ Rapport de deux puissances

Formule générale :

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Exemple :

$$\frac{a^5}{a^3} = a^2$$

On en tire la règle suivante sur l'inverse d'une puissance :

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

On en déduit aussi que tout nombre élevé à la puissance zéro vaut un :

$$a^0 = 1 \text{ car } a^0 = a^{n-n} = \frac{a^n}{a^n} = 1$$

■ Puissance d'une puissance :

Formule générale :

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

Exemple :

$$(a^{12})^6 = a^{72}$$

■ Racines

Formule générale :

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

Exemples :

$$\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt[3]{a^5} = (a^5)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{3}}$$

Voilà, vous êtes armés pour la suite !

24. Tempérament de Pythagore

La gamme de Pythagore est construite sur un empilement de quintes. On se donne une tonique et puis on monte quinte par quinte en ayant soin, chaque fois qu'on sort de l'octave, d'y revenir en descendant d'une octave. Je m'explique ...

Tonique ; je choisis le La 440. Ma gamme devra comporter six notes situées entre La 440 et La 880. À ce stade, n'ayant choisi que la tonique, ma gamme est dans l'état incomplet suivant :

La	→	.	→	.	→	.	→	.	→	.	→	.	La
440	→	.	→	.	→	.	→	.	→	.	→	.	880

Je monte le La d'une quinte ce qui donne Mi. La fréquence de ce Mi est celle du La monté d'une quinte or la quinte est caractérisée par un rapport de fréquence 3/2. La fréquence du Mi est donc 440 x 3/2 = 660 Hz. Ma « gamme à trou » est maintenant :

La	→	.	→	.	→	.	→	Mi	→	.	→	.	La
440	→	.	→	.	→	.	→	660	→	.	→	.	880

Je monte le Mi d'une quinte ce qui me donne Si à la fréquence 660 x 3/2 = 990 mais cette note est hors de l'octave, elle est au delà du La 880 et mon objectif est de définir des degrés au sein de l'octave. Je descends donc le Si 990 d'une octave en divisant sa fréquence par deux et je trouve 495 :

La	→	Si	→	.	→	.	→	Mi	→	.	→	.	La
440	→	495	→	.	→	.	→	660	→	.	→	.	880

Je monte le Si d'une quinte ce qui me donne Fa♯ à la fréqence 445 x 3/2 = 667,5 :

La	→	Si	→	.	→	.	→	Mi	→	Fa♯	→	.	La
440	→	495	→	.	→	.	→	660	→	667,5	→	.	880

Je monte Fa♯ d'une quinte ce qui me donne un Do♯ hors de l'octave et que je redescends donc d'une octave pour trouver le Do♯ à la fréquence 667,5 x 3/2 x ½ = 500,625 Hz :

La	→	Si	→	Do♯	→	.	→	Mi	→	Fa♯	→	.	La
440	→	495	→	500,6	→	.	→	660	→	667,5	→	.	880

Je monte Do♯ d'une quinte pour trouver Sol♯ à la fréquence 500,625 x 3/2 = 750,9375 Hz :

La	→	Si	→	Do♯	→	.	→	Mi	→	Fa♯	→	Sol♯	La
440	→	495	→	500,6	→	.	→	660	→	667,5	→	750,9	880

Je monte Sol♯ d'une quinte pour trouver Ré♯ que je descends d'une octave pour trouver Ré♯ à la fréquence 750,9375 x 3/2 x 1/2 = 563,203125 Hz :

La	→	Si	→	Do♯	→	Ré♯	→	Mi	→	Fa♯	→	Sol♯	La
440	→	495	→	500,6	→	563,2	→	660	→	667,5	→	750,9	880

C'est une drôle de gamme (gamme de La dans le mode de Fa) mais il est logique que ce soit le mode de Fa qui sorte de notre construction puisque la seule gamme sans altération qu'on puisse construire par empilement de quinte est précisément celle de Fa : Fa-Do-Sol-Ré-La-Mi-Si.

Quels intervalles séparent deux degrés successifs de cette gamme ?

Je passe de La à Si en montant de deux quintes puis en descendant d'une octave ce qui me donne le rapport :

$$\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3^2}{2^3}=\frac{9}{8}$$

Mais on retrouve cet intervalle entre Si et Do♯, Do♯ et Sol♯, Mi et Fa♯, Fa♯ et Sol♯. On passe d'un de ces degrés à l'autre en montant de deux quintes et en descendant d'une octave.

Par contre entre Ré$\sharp$ et Mi, les choses sont un peu différentes ... On ne passe pas de Ré$\sharp$ à Mi en montant une ou plusieurs quintes mais en *descendant* cinq quintes (Ré$\sharp$ $\rightarrow$ Sol$\sharp$ $\rightarrow$ Do$\sharp$ $\rightarrow$ Fa$\sharp$ $\rightarrow$ Si $\rightarrow$ Mi). Ces quintes nous entraînent beaucoup plus bas que la tonique et nous devons donc remonter de trois octaves. Au total, ces cinq quintes et trois octaves nous donnent un intervalle :

$$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times 2\times 2\times 2=\frac{2^8}{3^5}=\frac{256}{243}$$

Note – Puisque monter d'une quinte multiplie la fréquence par 3/2, descendre d'une quinte divise la fréquence par 3/2 ce qui est équivalent à la multiplier par 2/3.

On trouve le même intervalle pour Sol$\sharp$-La puisqu'on passe de Sol$\sharp$ à La en descendant de cinq quintes (Sol$\sharp$ $\rightarrow$ Do$\sharp$ $\rightarrow$ Fa$\sharp$ $\rightarrow$ Si $\rightarrow$ Mi $\rightarrow$ La) puis en remontant de trois octaves.

$\therefore$

La construction de Pythagore, qui consiste à empiler des quintes sur une tonique choisie, crée un tempérament défini par deux intervalles élémentaires : le ton (rapport de fréquence 9/8 ou $3^2/2^3$) et le demi-ton diatonique (rapport de fréquence 256/243 ou $2^8/3^5$). Le demi-ton chromatique se définit comme la distance qui sépare un demi-ton chromatique d'un ton ; il est caractérisé par le rapport de fréquence :

$$\frac{\frac{9}{8}}{\frac{256}{243}}=\frac{9}{8}\times\frac{243}{256}=\frac{2.187}{2.048}\text{ ou }\frac{\frac{3^2}{2^3}}{\frac{2^8}{3^5}}=\frac{3^2}{2^3}\times\frac{3^5}{2^8}=\frac{3^7}{2^{11}}$$

Ce chromatique apparaît aussi naturement si on poursuit la construction de Pythagore au delà des six degrés intermédiaires. Nous nous étions arrêtés au Ré$\sharp$ mais si nous montons celui-ci d'une octave nous trouvons La$\sharp$ qui vient s'intercaler entre La et Si. Ce La$\sharp$ s'obtient en montant le La de sept quintes puis en le descendant de quatre octaves soit un rapport de fréquences de :

$$\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3^7}{2^{11}}$$

$\therefore$

On peut définir l'échelle chromatique de Pythagore en comptant pour chaque degré chromatique combien de quintes montantes (q) et d'octaves descendantes (o) séparent ce degré de la tonique. La distance tonale entre le degré considéré et la tonique sera alors :

$$\frac{3^q}{2^{q+o}}$$

Degré	Exemple	Quintes montantes	Octaves descendantes	Distance à la tonique
1	Fa	0	0	1
2	Fa♯	7	4	$\frac{3^7}{2^{11}}$
3	Sol	2	1	$\frac{3^2}{2^3}$
4	Sol♯	9	5	$\frac{3^9}{2^{14}}$
5	La	4	2	$\frac{3^4}{2^6}$
6	La♯	11	6	$\frac{3^{11}}{2^{17}}$
7	Si	6	3	$\frac{3^6}{2^9}$
8	Do	1	0	$\frac{3}{2}$
9	Do♯	8	4	$\frac{3^8}{2^{12}}$
10	Ré	3	1	$\frac{3^3}{2^4}$
11	Ré♯	10	5	$\frac{3^{10}}{2^{15}}$
12	Mi	5	2	$\frac{3^5}{2^7}$
13	Fa	-	-	2

25. Intervalles de Pythagore

Tout intervalle est composé d'un certain nombre de tons et de demi-tons. On peut donc aisément calculer l'amplitude d'un intervalle (le rapport de fréquence qui le caractérise) en comptant le nombre d'intervalles élémentaires qu'il contient.

■ Quarte juste

La quarte juste est composée de deux tons et d'un diatonique (on notera 2T+d par la suite). Son amplitude est donc :

$$\left(\frac{3^2}{2^3}\right)^2 \times \left(\frac{2^8}{3^5}\right) = \frac{3^4}{2^6} \times \frac{2^8}{3^5} = \frac{2^2}{3} = \frac{4}{3}$$

On retrouve donc l'intervalle de quarte naturelle (p. 28). On aurait aussi pu l'obtenir plus simplement en pensant qu'une quarte est la combinaison d'une octave montante et d'une quinte descendante :

$$2 \times \frac{1}{\frac{3}{2}} = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

■ Tierce majeure

La tierce majeure est composée de deux tons (2T) :

$$\left(\frac{3^2}{2^3}\right)^2 = \frac{3^4}{2^6} = \frac{81}{64} = 1{,}265625$$

Ce qui n'est pas très loin du rapport de tierce majeure naturelle (5/4=1,25) mais n'est pas exactement égal. Les tierces majeures naturelle et de Pythagore ne correspondent pas parfaitement ... ce qui est logique puisque la gamme de Pythagore a été construite uniquement sur les nombres 2 et 3 alors que la quinte naturelle implique le nombre 5 ... et on ne peut pas produire des multiples de 5 en multipliant uniquement des 2 et des 3 ! La différence entre la tierce majeure de Pythagore et la tierce majeure naturelle s'appelle le **comma syntonique**; il est caractérisé par le rapport de fréquence:

$$\frac{\frac{81}{64}}{\frac{5}{4}} = \frac{81}{80} = 1{,}0125$$

■ Sixte majeure

La sixte majeure contient 4T+d :

$$\left(\frac{3^2}{2^3}\right)^4 \times \left(\frac{2^8}{3^5}\right) = \frac{3^8}{2^{12}} \times \frac{2^8}{3^5} = \frac{3^3}{2^4} = \frac{27}{16} \neq \frac{5}{3}$$

De nouveau, la sixte majeure de Pythagore (27/16) n'est pas égale à la sixte majeure naturelle (5/3); l'écart est de nouveau d'un comma syntonique.

■ Autres intervalles

Le tableau suivant donne le rapport de fréquence des intervalles les plus usuels.

Nom de l'intervalle	Exemple	Contenu (c, d, T)	Rapport de fréquence	
Seconde mineure	Mi-Fa	d	$2^8/3^5$	1.053
Demi-ton chromatique	Do-Do$\sharp$	c	$3^7/2^{11}$	1.068
Seconde majeure	Do-Ré	T	$3^2/2^3$	1.125
Tierce mineure	Ré-Fa	T+d	$2^5/3^3$	1.185
Tierce majeure	Do-Mi	2T	$3^4/2^6$	1.266
Quarte juste	Do-Fa	2T+d	$2^2/3$	1.333
Quinte diminuée	Si-Fa	2T+2d	$2^{10}/3^6$	1.405
Quarte triton (augmentée)	Fa-Si	3T	$3^6/2^9$	1.424
Quinte juste	Do-Sol	3T+d	$3/2$	1.500
Sixte mineure	Mi-Do	3T+2d	$2^7/3^4$	1.580
Sixte majeure	Fa-Ré	4T+d	$3^3/2^4$	1.688
Septième mineure	Si-La	4T+2d	$2^4/3^2$	1.778
Septième majeure	Do-Si	5T+d	$3^5/2^7$	1.898
Octave	Do-Do	5T+2d	2	2.000

Figure 36 : Amplitude (rapport de fréquences) des intervalles usuels dans le tempérament de Pythagore.

26. Pythagore et le loup sont dans le comma

Tous les intervalles peuvent être définis en terme de tons et de demi-tons diatoniques. C'est aussi le cas de l'octave qui contient 5T+2d :

$$\left(\frac{3^2}{2^3}\right)^5 \times \left(\frac{2^8}{3^5}\right)^2 = \frac{3^{10}}{2^{15}} \times \frac{2^{16}}{3^{10}} = 2$$

Notez qu'on peut aussi les définir en termes de diatoniques et chromatiques. L'octave comporte ainsi 7d+5c :

$$\left(\frac{2^8}{3^5}\right)^7 \times \left(\frac{3^7}{2^{11}}\right)^5 = \frac{2^{56}}{3^{35}} \times \frac{3^{35}}{2^{55}} = 2$$

Par contre l'octave a été introduite artificiellement dans la construction de Pythagore car on ne peut monter d'une tonique à son octave en empilant des quintes. On peut constater cette impossibilité de deux manières. Musicalement d'abord. Partons de Fa et montons par quinte : Fa, Do, Sol, Ré, La, Mi, Si, Fa♯, Do♯, Sol♯, Ré♯, La♯, Mi♯, Si♯, Fa♯♯, Do♯♯, Sol♯♯, ... où est mon Fa octavié (une ou plusieurs fois) dans cette montée par quinte ? Mi♯ assurément ... mais malheureusement non car dans la gamme de Pythagore, lorsqu'on monte le La♯ d'une quinte on tombe sur un Mi♯ qui est très légèrement au dessus du Fa octavié. Mi♯ se trouve en effet douze quintes moins six octaves au dessus de la tonique Fa soit à une distance tonale de :

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{3^{12}}{2^{18}} = 2{,}027 \neq 2$$

Plus mathématiquement, on peut constater qu'il est impossible qu'un nombre q de quintes engendrent un nombre k d'octaves :

$$\left(\frac{3}{2}\right)^q = 2^k$$

car cela impliquerait que :

$$3^q = 2^{k+q}$$

or toute puissance de trois est impaire, toute puissance de deux est paire et un nombre ne peut être à la fois pair et impair. **On appelle cette propriété l'incommensurabilité des quintes et des octaves.**

∴

Pour *refermer le cycle des quintes*, on considère que la douzième quinte n'est pas La♯-Mi♯ mais La♯-Fa. Cette quinte s'appelle la **quinte du loup** ; son amplitude λ est telle que onze quintes justes plus la quinte du loup donnent sept octaves :

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{11} \times \lambda = 2^7 \rightarrow \lambda = \left(\frac{2}{3}\right)^{11} \times 2^7 = \frac{2^{18}}{3^{11}} = 1{,}4798 \neq \frac{3}{2}$$

∴

Le rapport de la quinte juste à la quinte du loup définit le comma pythagoricien :

$$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{2^{18}}{3^{11}}} = \frac{3}{2} \times \frac{3^{11}}{2^{18}} = \frac{3^{12}}{2^{19}} = 1{,}0136$$

Le comma est aussi la distance tonale entre le demi-ton chromatique et le demi-ton diatonique :

$$\frac{\frac{3^7}{2^{11}}}{\frac{2^8}{3^5}} = \frac{3^7}{2^{11}} \times \frac{3^5}{2^8} = \frac{3^{12}}{2^{19}} = 1{,}0136$$

On dit souvent dans les cours de solfège que le demi-ton diatonique couvre quatre commas et que le chromatique en couvre cinq ... ce n'est qu'*approximativement juste* car :

$$\left(\frac{3^{12}}{2^{19}}\right)^4 = \frac{3^{48}}{2^{76}} = 1{,}0557 \neq \frac{2^8}{3^5} = 1{,}0535$$

Et

$$\left(\frac{3^{12}}{2^{19}}\right)^5 = \frac{3^{60}}{2^{95}} = 1{,}0701 \neq \frac{3^7}{2^{11}} = 1{,}0679$$

Retenons par contre que le chromatique est plus grand que le diatonique de telle sorte que Fa♯ est plus aigu que Sol♭ et Fa♯♯ est plus aigu que Sol.

∴

Nous avons défini deux très petits intervalles. Le comma pythagoricien est la différence, notamment, entre les demi-tons chromatique et diatonique:

$$\kappa_p = \frac{3^{12}}{2^{19}} = 1{,}0136$$

Le comma syntonique est la différence, notamment, entre la tierce majeure de Pythagore et la tierce majeure naturelle:

$$\kappa_s = \frac{81}{80} = 1{,}0125$$

La plus petite différence de hauteur tonale considérée en théorie musicale est celle qui sépare les commas pythagoricien et syntonique; on l'appelle le **schisma**:

$$\sigma = \frac{\kappa_p}{\kappa_s} = \frac{3^8 \times 5}{2^{15}} = \frac{32.805}{32.768} = 1{,}0011$$

27. Bases arithmétiques de l'harmonie

Nous avons vu (p. 18) que la combinaison d'un son pur de fréquence f et d'un deuxième son pur dont la fréquence est un multiple entier de f engendre un son de période T=1/f. Que se passe-t-il lorsque le rapport des fréquences des deux sons purs n'est pas un nombre entier mais un nombre rationnel, c'est-à-dire un rapport de nombre entier ? Posons que ce rapport vaut m/n avec m et n entiers :

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{m}{n}$$

Remplaçons la fréquence des deux sons purs par leur période qui est l'inverse de la fréquence :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{m}{n}$$

Puis réorganisons l'équation de la manière suivante :

$$m \times T_1 = n \times T_2 = T$$

Le fait que le rapport des fréquences est égal à m/n conduit à observer que m périodes du premier signal couvrent la même durée que n périodes du second. La figure ci-dessous permet d'observer que le signal engendré par la combinaison des sons 1 et 2 produit un son dont la période T est précisément égal à m fois la période du premier soit n fois la période du second. On observe la même chose si chacun des deux sons n'est pas pur et contient au contraire des harmoniques.

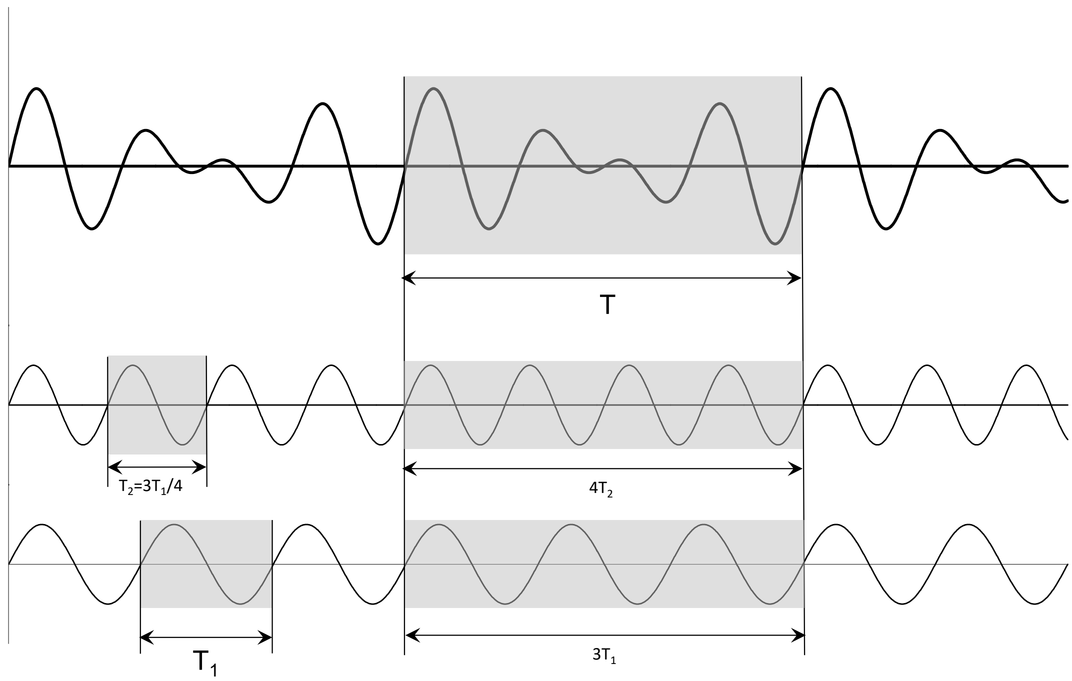


Figure 37 : Deux sons purs séparés par une quarte juste (rapport de fréquence 4/3) produit un signal acoustique polychromatique dont la période est trois fois celle du fondamental et quatre fois celle de la quarte.

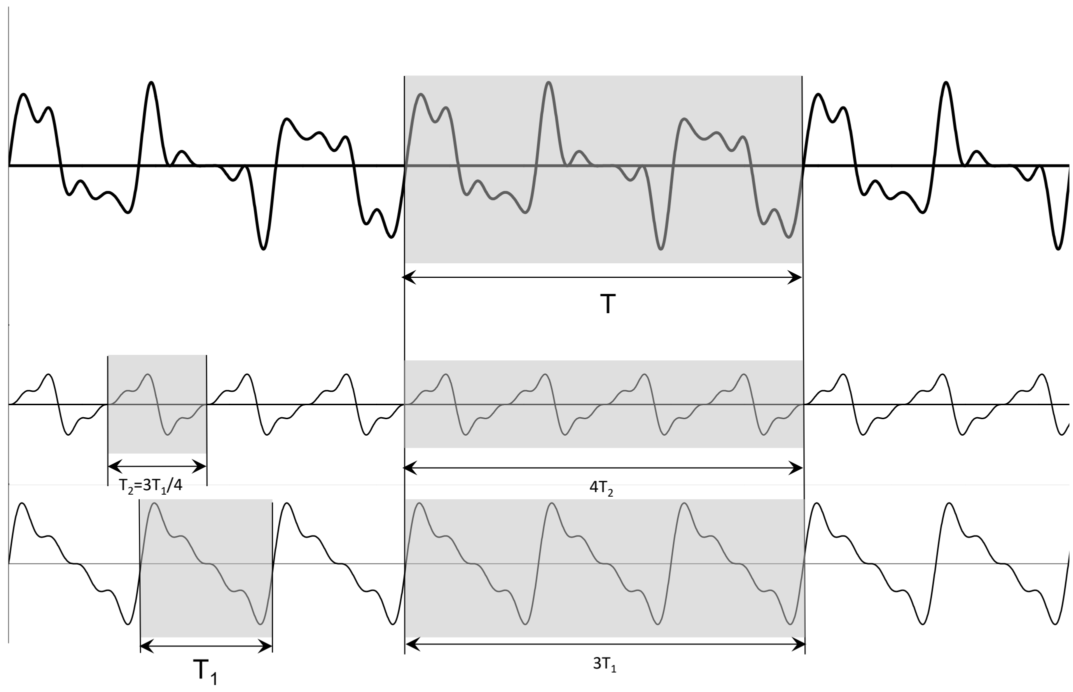


Figure 38 : Ceci reste vrai si les deux notes séparées par une quarte possèdent des harmoniques. La seule chose qui compte est qu'elles soient périodiques et que quatre périodes de l'une correspondent à trois périodes de l'autre.

<u>On déduit de ceci une règle fondamentale :</u>

- puisqu'un intervalle musical est défini par un rapport de fréquence qui est un nombre rationnel, rapport de deux entiers m et n ;
- chacune des deux notes définissant l'intervalle est caractérisée par sa période qui est l'inverse de sa fréquence fondamentale ;
- le son résultant de la combinaison des deux notes (« accord » de deux notes[17]) est également un son périodique mais sa période est significativement plus longue que celle de chacune des deux notes jouées individuellement : elle est en effet m fois celle de la note la plus grave et n fois celle de la note la plus aigüe.

Le facteur n qui multiplie la période de la note la plus grave est un indicateur du caractère harmonieux de l'accord. Il semble en effet que notre cerveau recherche et apprécie la périodicité et accorde une valeur ésthétique aux sons dont la période est faible et dont la périodicité est plus évidente (on perçoit mieux l'alternance des jours que celle des années).

[17] On appelle ici accord tout ensemble de notes jouées simultanément.

Nom de l'intervalle	Facteur multipliant la période de la note la plus basse
Octave	1
Quinte juste	2
Quarte juste	3
Seconde majeure	$2^3 = 8$
Septième mineure	$3^2 = 9$
Sixième majeure	$2^4 = 16$
Tierce mineure	$3^3 = 27$
Tierce majeure	$2^6 = 64$
Sixième mineure	$3^4 = 81$
Septième majeure	$2^7 = 128$
Seconde mineure	$3^5 = 243$
Quarte augmentée (triton)	$2^9 = 512$
Quinte diminuée	$3^6 = 729$

Figure 39 : Facteur d'amplification de la période de la note la plus basse d'un accord de deux sons.

- **Octave**

Deux notes à l'octave ont des fréquences caractérisées par le rapport 2/1. Lorsqu'on les joue simultanément, la période de l'accord est celle de la tonique puisque le dénominateur (le facteur n) est égal à un.

- **Quinte**

Deux notes à la quinte ont des fréquences caractérisées par le rapport 3/2. Lorsqu'on les joue simultanément, la période de l'accord est double de celle de la tonique puisque le facteur n est égal à 2.

- **Tierce**

Deux notes à la tierce naturelle ont des fréquences caractérisées par le rapport 5/4. Lorsqu'on les joue simultanément, la période de l'accord est quatre fois celle de la tonique puisque le facteur n est égal à 4.

Mais deux notes à la tierce pythagoricienne ont des fréquences caractérisées par le rapport 81/64. Lorsqu'on les joue simultanément, la période de l'accord est **soixante-quatre fois** de celle de la tonique puisque le facteur n est égal à 64.

- **Quarte triton**

Deux notes séparées par une quarte triton (Fa-Si) ont, dans le tempérament de Pythagore), des fréquences caractérisées par le rapport $3^6/2^9$ soit 729/512. Lorsqu'on les joue simultanément, la période de l'accord est **cinq cent-douze fois** celle de la tonique puisque le facteur n est égal à 512. *On comprend l'expression de diabolus in musica qui lui est associée.*

28. Accords de trois et quatre notes

Un accord de trois notes est la juxtaposition de deux intervalles. L'accord majeur est ainsi formé d'une tierce majeure et d'une quinte juste. Quelle est la périodicité du signal correspondant ?

Acceptons sans explication que la période du son correspondant à l'accord est celle de la tonique multipliée par le plus petit commun multiple des facteurs caractérisant chaque intervalle. Ainsi pour l'accord majeur :

- la tierce majeure donne un facteur 64 ;
- la quinte juste donne un facteur 2 ;
- le plus petit commun multiple de 2 et 64 est 64.

Pour l'accord mineur :

- la tierce mineure donne un facteur 27 ;
- la quinte juste donne un facteur 2 ;
- le plus petit commun multiple de 2 et 27 est 54.

Un accord particuièrement pervers est Fa-Sol♭-Si :

- la seconde mineure donne un facteur 243 ;
- la quarte triton donne un facteur 512 ;
- le plus petit commun multiple de 243 et 512 est 124.416.

Notons que les intervalles dont le facteur n est pair (quinte juste, seconde majeure, sixte majeure, tierce majeure, septième majeure) se combinent en général bien car le plus petit commun multiple de leur « facteur n » est faible.

Notons aussi que la septième mineure (facteur 9) et la neuvième majeure (facteur 4) viennent harmonieusement colorer de nombreux accords car leur facteur n est faible.

∴

La « théorie du facteur n » n'a pas un caractère absolu et universel. Elle ne découle pas d'études psycho-acoustiques approfondies mais plutôt d'une observation : les accord mis en avant par les théories classiques de l'harmonie sont caractérisés par des facteurs n faibles. À l'inverse, les intervalles caractérisés par des facteurs élevés (quarte triton, seconde diminuée) que l'harmonie classique rejette, sont caractérisés par des facteurs élevés.

29. Tempérament de Zarlino

Gioseffo Zarlino (1517-1590) propose une gamme entièrement basée sur les intervalles naturels :

- La dominante est à la quinte naturelle soit à une fréquence qui est celle de la tonique multipliée par 3/2 (nous noterons ce fait ci-dessous par la mention « facteur 3/2 » ;
- La sous-dominante sera à la querte naturelle de la tonique (facteur 4/3)
- La médiante sera à la tierce majeure naturelle de la tonique (facteur 5/4)
- La sus-tonique sera une seconde majeure naturelle au dessus de la tonique (facteur 9/8)
- La sus-dominante sera une sixte majeure naturelle au dessus de la tonique (facteur 5/3)
- On placera la sensible une seconde majeure naturelle au dessus de la sus-dominante (facteur 5/3 x 9/8 = 15/8).

La gamme de Do majeur dans le tempérament de Zarlino sera donc définie comme suit (on ne donne pas la fréquence mais le rapport entre fréquence de la note et fréquence de la tonique) :

Do	→	Ré	→	Mi	→	Fa	→	Sol	→	La	→	Si	Do
1	→	$\frac{9}{8}$	→	$\frac{5}{4}$	→	$\frac{4}{3}$	→	$\frac{3}{2}$	→	$\frac{5}{3}$	→	$\frac{15}{8}$	2

Ce tempérament est particulièrement harmonieux puisqu'il fait sonner de très nombreux harmoniques internes à la gamme ... mais il pose de terribles problèmes pratiques, de transposition notamment, car il n'est pas constitué de deux intervalles élémentaires (ton, diatonique) mais de trois intervalles élémentaires (ton majeur, ton mineur, diatonique). En effet, la seconde Do-Ré est caractérisée par la même seconde majeure que dans la gamme de Pythagore et est une seconde majeure naturelle (9/8) mais la seconde Ré-Mi (ou Sol-La) est caractérisée par le rapport :

$$\frac{\frac{5}{4}}{\frac{9}{8}} = \frac{10}{9}$$

Ces deux intervalles de seconde diffèrent d'un *comma syntonique* :

$$\frac{\frac{9}{8}}{\frac{10}{9}} = \frac{81}{80}$$

Le tempérament de Zarlino ne présente qu'un intérêt historique car il n'a jamais été réellement appliqué. Il montre toutefois que le positionnement des degrés à l'intérieur d'une octave ne s'impose pas naturellement : il est le résultat de l'application d'une démarche particulière, d'un algorithme.

30. Tempéraments mésotoniques

La gamme de Pythagore respecte la quinte naturelle (3/2) mais n'inclut pas la tierce naturelle (5/4). Pour contrer cet effet, certains orgues anciens sont accordés suivant un témpérament particulier appelé **mésotonique**.

Le tempérament mésotonique donne la priorité à la tierce et pose la question suivante : *quelle amplitude dois-je donner à la quinte (q) pour que la tierce (t), qui est la combinaison de quatre quintes montantes et de deux octaves descendantes, soit juste ?* L'expression mathématique de cette question conduit à une jolie équation :

$$t = \frac{q^4}{2^2} = \frac{5}{4} \rightarrow q = \sqrt[4]{5} = 1{,}495$$

La quinte mésotonique est très légèrement fausse. Cette fausseté est d'un quart de comma syntonique car (la formule est donnée sans explication, à vous de jouer si vous voulez la vérifier) :

$$q = \sqrt[4]{5} = \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt[4]{\frac{81}{80}}}$$

La quinte du loup associée au tempérament mésotonique est caractérisée par le rapport de fréquence λ:

$$\left(\sqrt[4]{5}\right)^{11} \times \lambda = 2^7 \rightarrow \lambda = \frac{2^7}{\left(\sqrt[4]{5}\right)^{11}} = \frac{3}{2} \times \left(\frac{81}{80}\right)^{\frac{11}{4}} \times \frac{2^{19}}{3^{12}} = 1{,}5312$$

C'est donc une quinte juste augmentée de onze quarts de commas syntoniques moins un comma pythagoricien.

∴

Il existe plusieurs tempéraments mésotoniques qui distribuent le quart de comma syntonique sur la tierce et la quinte afin que chacun des deux intervalles soit très légèrement faux. On peut par exemple prendre :

$$q = \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt[6]{\frac{81}{80}}} \rightarrow t = \frac{q^4}{2^2} = \frac{5}{4} \times \left(\frac{81}{80}\right)^{\frac{2}{6}}$$

31. Tempérament égal

Les efforts des théoriciens pour réconcilier au sein d'un même tempérament la quinte et la tierce ou l'octave aboutissent, au XVIII^{e} siècle, à une solution radicale : fausser **tous** les intervalles pour permettre toutes les transpositions. C'est le tempérament égal qu'on peut définir de plusieurs manières différentes :

- le demi-ton diatonique et le demi-ton chromatique ont la même amplitude et une octave en contient douze ;
- douze quintes égales valent exactement sept octaves.

L'amplitude d du demi-ton est alors donnée par :

$$d^{12} = 2 \rightarrow d = \sqrt[12]{2} = 2^{\frac{1}{12}}$$

Tout intervalle est défini par le nombre de demi-tons qui le constitue. Une quinte juste comporte par exemple 7 demi-tons et son amplitude est de :

$$q = 2^{\frac{7}{12}}$$

Douze quintes valent donc bien sept octaves :

$$2^7 = \left(2^{\frac{7}{12}}\right)^{12}$$

32. Comparaison des tempéraments

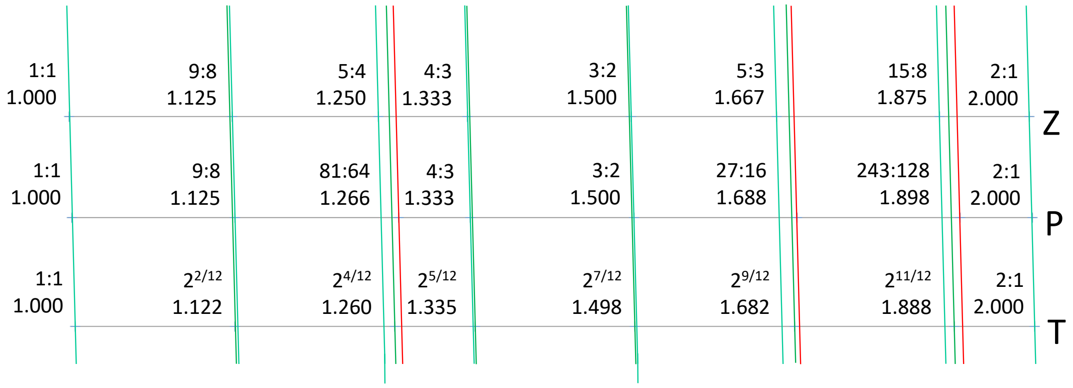


Figure 40 : Comparaison des degrés du mode de Do dans les tempéraments égal (T), de Pythagore (P) et de Zarlino. Les fréquences sont données sous forme réduite c'est-à-dire qu'elles sont toutes divisées par la fréquence de la tonique de telle sorte que la tonique à une fréquence réduite de un et l'octave une fréquence réduite de deux.

33. Le nombre 12

TBD

34. Tempéraments exotiques

35. Tempéraments non-européens

TBD.

36. Synthèse sur les bases arithmétiques du solfège

37. Propagation des ondes

Avez-vous déjà participé à une *ola* ? Un groupe de personnes se lève, leurs voisins immédiats les imitent avec un temps de retard, leurs voisins les imitent avec un même temps de retard et, si tout se passe bien, le phénomène “je me lève - je me rassieds” se propage dans tout le stade et fait éventuellement plusieurs fois le tour du stade.

Figure 41 : Une *ola* debout. © Bizipix | Dreamstime.com.

La *ola* présente plusieurs traits caractéristiques communs à tous les phénomènes **ondulatoires** :

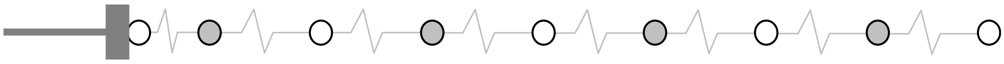
- Les spectateurs ne se déplacent pas autour du stade ; ce qui fait le tour du stade n’est pas matériel : c’est de l’information.
- Cette information se déplace à une certaine vitesse qu’on appelle célérité de l’onde.
- Chaque spectateur est également en mouvement mais ce mouvement est local : je me lève, je me rassieds, au total je ne me suis pas déplacé dans le sens de propagation de l’onde. Notez que le mouvement des spectateurs est perpendiculaire à la direction de propagation de l’onde (mouvement vertical de lever-assis par rapport au déplacement de l’onde dans un plan horizontal) : on parle d’onde transverse. Une variante de la *ola* pourrait par exemple imposer aux spectateurs debout un déhanchement gauche droite ; le mouvement des spectateurs serait alors aligné sur la direction de progation de l’onde qui serait une onde axiale.
- La vitesse verticale des spectateurs dans leur mouvement assis-debout-assis n’est pas égale à la célérité.

∴

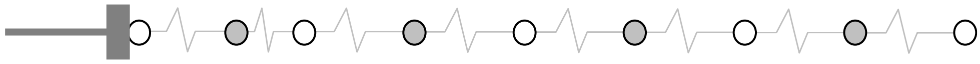
Penchons-nous sur un système plus physique pour comprendre ce qui cause le décalage entre le mouvement de deux points voisins. Considérons une série de petites masses identiques, équidistantes et connectées entre elles par des ressorts aux propriétés identiques. La masselotte de gauche est attachée à un dispositif, un petit piston, auquel on va imposer un mouvement de va-et-vient. On néglige l’effet de la gravité et on considère que le mouvement des masselottes ne peut se faire qu’horizontalement. On suppose encore qu’il n’y a aucun frottement susceptible de freiner les masselottes.

Imprimons un mouvement vers la droite au piston. La masse en contact avec le piston (masse 1) suit le mouvement de celui-ci. Le ressort entre la masse 1 et sa voisine (masse 2) est mis en compression. Il agit sur la masse 2 mais celle-ci tarde à se mettre en mouvement car elle possède une certaine inertie. L’inertie est cette propriété d’un corps qui le fait résister à tout changement de son état de mouvement : lorsque la masse est immobile, l’inertie rend difficile sa mise en mouvement et lorsqu’elle est en mouvement, l’inertie rend difficile son freinage. Le ressort 1-2 (le ressort qui connecte la masse 1 à la masse 2) est comprimé mais la masse 2 n’est pas encore en mouvement parce que la force exercée sur elle par le ressort ne suffit pas encore à vaincre son inertie[18].

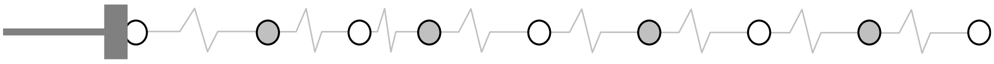
[18] En réalité le début du mouvement est instantané mais il se fait initialement à une vitesse très inférieure à celle de la masse 1 ; l’essentiel du mouvement de celle-ci est absorbé par la compression du ressort. L’explication donnée ici est qualitativement satisfaisante mais quantitaivement incorrecte.



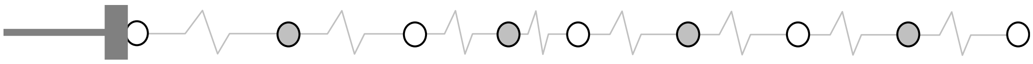
Si le piston poursuit sa course vers la droite, la compression du ressort 1-2 s'intensifie et la force qu'il exerce sur la masse 2 devient suffisante pour vaincre l'inertie de celle-ci qui se met à son tour en branle mettant le ressort 2-3 en légère compression, de manière toutefois insuffisante pour que la masse 3 se mette en mouvement.



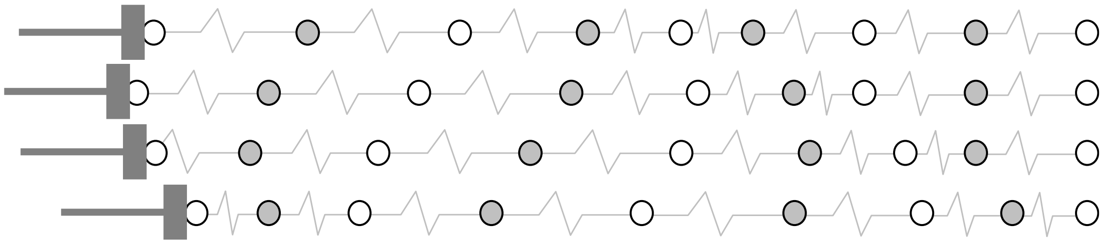
Le piston est arrivé en bout de course et commence à revenir en arrière. Que se passe-t-il ? La masse 1 suit le mouvement du piston vers la droite mettant le ressort 1-2 en traction. Celui-ci exerce alors une force dirigée vers la gauche sur la masse 2. Cet effort est toutefois encore insuffisant pour contrer son inertie qui la pousse à poursuivre son mouvement vers la droite. Ce faisant, elle accroît la compression du ressort 2-3 qui pousse désormais suffisamment la masse 3 pour vaincre son inertie et la mettre en mouvement. Le ressort 3-4 est mis en compression mais la masse 4 ne bouge pas encore.



Le piston revient à sa position de départ, la traction dans le ressort 1-2 est désormais suffisante pour faire changer la masse 2 de direction. La tension qui s'installe dans le ressort 2-3 n'est toutefois pas suffisante pour que la masse 3 change de direction et elle poursuit son mouvement vers la droite mettant enfin la masse 4 en mouvement.



Le mouvement se poursuit ainsi de proche en proche.



On a volontairement imposé au piston un mouvement sinusoïdal et la masse 1 suit évidemment ce mouvement. Mais on peut observer que toutes les masses suivent exactement le même mouvement avec un certain décalage temporel δ_t (figure 42). Si la distance entre les masselottes est δ_x, l'information « met toi en mouvement » se propage avec une célérité qui est :

$$c = \frac{\delta_x}{\delta_t}$$

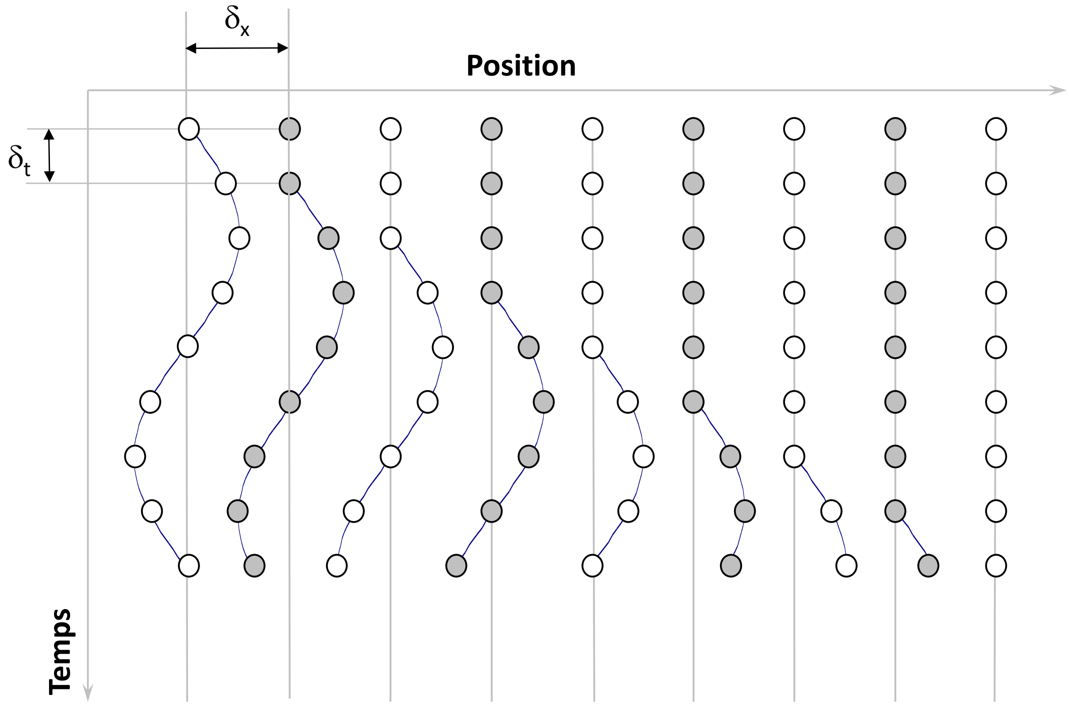


Figure 42 : Le mouvement des différentes masselottes est identique mais ces trajectoires sont légèrement décalées dans le temps l'une par rapport à l'autre.

On constate sur cet exemple simple que la célérité est le résultat d'un compromis entre deux propriétés différentes du système :

- Sa **rigidité** : plus le ressort entre deux masses est rigide, plus la force exercée sur la masse voisine est grande et plus son inertie est facilement vaincue. Si la rigidité augmente, toutes choses restant égales par ailleurs, la célérité de l'onde augmente.
- Sa **masse** : plus la masse de chaque masselotte est élevée, plus son inertie est grande, plus il est difficile de la mettre en branle, plus lente sera sa vitesse de réaction. Si on augmente la masse, toutes choses restant égales par ailleurs, la célérité de l'onde diminue.

∴

La célérité des ondes dépend de leur nature. La *ola*, les ondes sonores, les ondes de flexion dans une corde de guitare, les ondes responsables des tremblements de terre se propagent toutes à des vitesses différentes.

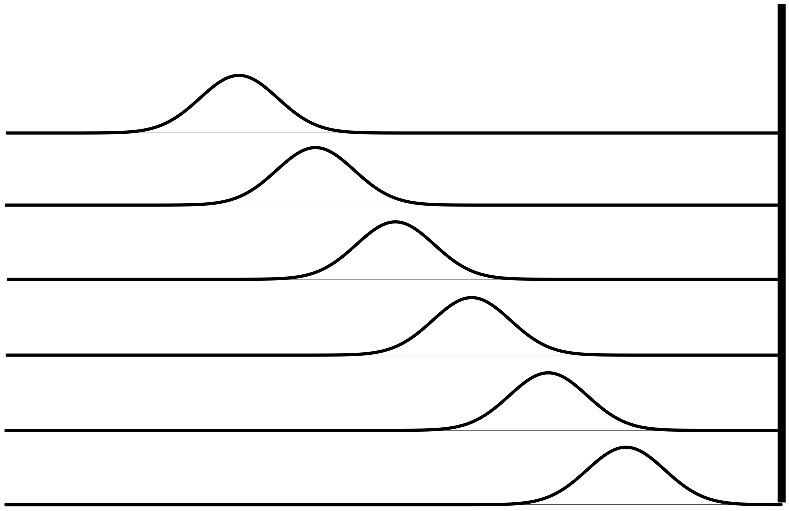
Si cette vitesse est la même quelle que soit la fréquence (par exemple la fréquence à laquelle se produisent les oscillations du piston mettant les masselottes en branle), la propagation est dite **non-dispersive**. Si cette vitesse n'est pas la même pour toutes les fréquences, on parle de propagation **dispersive**.

La propagation du son, et donc de la musique, des sources (instruments) jusqu'aux récepteurs (auditeurs) est, heureusement, non-dispersive ... si le son des violons arrivait avant celui de la clarinette qui précèderait celui des contrebasses ... quelle cacophonie !

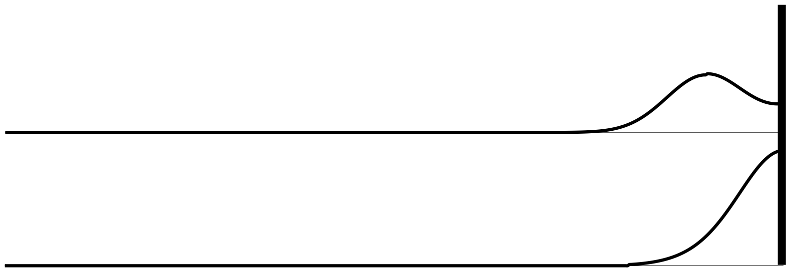
38. Réflexion d’une onde

Imaginez une vague à la surface de l’eau d’un étroit canal :

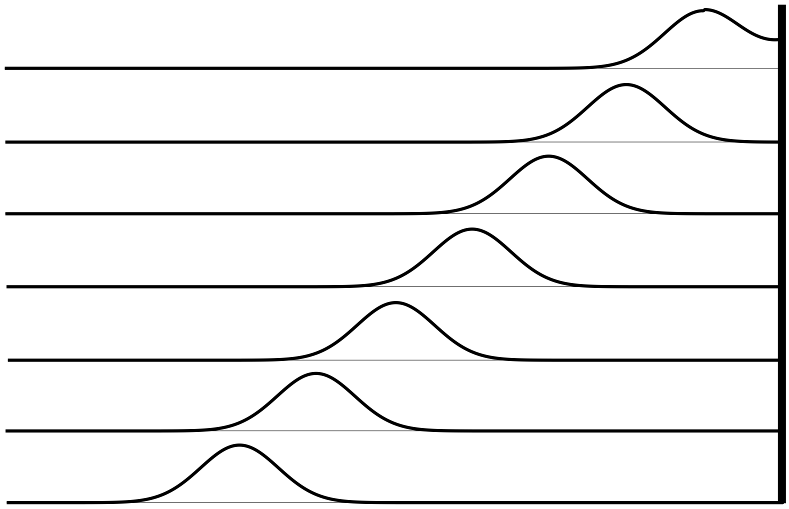
La vague se propage vers l’extrémité du canal qui est fermé par un mur rigide :



Lorsque la vague entre en contact avec le mur, elle s’écrase contre celui-ci, atteignant, à son maximum, une hauteur double de sa hauteur en eau-libre :



Et puis elle repart dans l'autre sens :

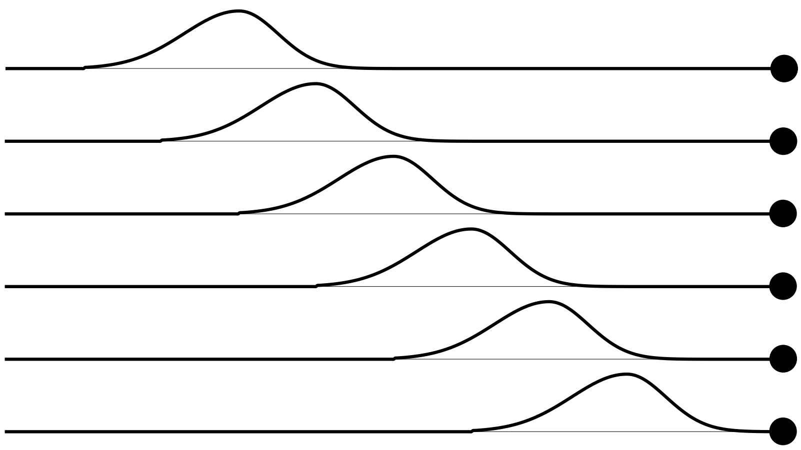


Le fait de se réfléchir en inversant son sens de propagation lorsqu'elle rencontre un obstacle est commun à tous les types d'ondes : ondes acoustiques dans un tuyau, ondes de vibrations dans une corde, une membrane ou un solide, ondes électromagnétiques.

∴

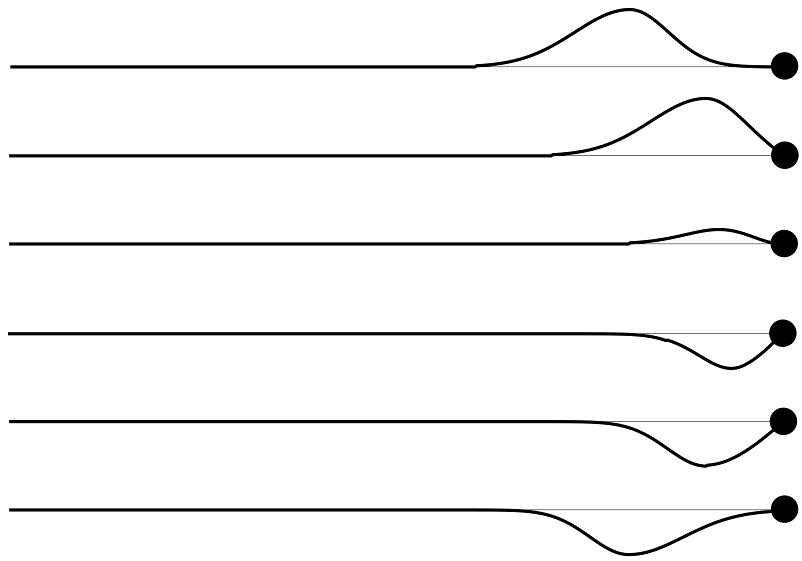
Si le fait de se réfléchir est une propriété générale des ondes, la manière de se réfléchir n'est pas toujours la même et le cas rencontré ci-dessus de la vague heurtant un mur n'est qu'un des deux modes de réflexion posibles.

Considérons maintenant une corde de piano tendue entre deux points fixes. Le choc du marteau sur la corde provoque une déformation de la corde qui va, elle aussi, se propager vers une des extrémités fixes[19].



[19] Ne pensons pas, à ce stade, au fait que l'onde engendrée par le marteau se déplace dans les deux directions.

Mais la corde n'est pas libre de bouger à son extrémité. On voit alors l'onde pratiquement disparaître ... avant de repartir dans le sens inverse :



∴

Dans le cas de la vague dans un canal fermé par un mur, l'onde incidente (celle qui se propage vers le mur avant réflexion) et l'onde réfléchie (celle qui s'éloigne du mur après réflexion) sont exactement **symétriques** l'une de l'autre.

Dans le cas de l'onde de flexion dans la corde, les ondes incidente et réfléchie sont **anti-symétriques** l'une de l'autre. L'onde subit un renversement en même temps qu'elle se réfléchit.

D'une manière générale, lors d'une réflexion,

- une grandeur qui est contrainte de s'annuler au point où se produit la réflexion, par exemple le déplacement transversal de la corde, est réfléchie avec renversement ;
- une grandeur qui est libre de varier au point où se produit la réflexion, par exemple la hauteur de la vague dans le canal, se réfléchit sans renversement.

Ces deux modes de réflexion se rencontreront dans les instruments de musique et auront un impact important sur leur fonctionnement. Nous verrons par exemple que c'est la différence dans la manière dont les ondes sonores qui se développent dans le conduit de l'instrument qui explique que, à longueur égale, une clarinette sonne une octave plus bas qu'une flûte !

⇒ Une vidéo en anglais montrant comment les ondes se réfléchissent de manière différente suivant que l'extrémité de la corde est fixe ou libre.

39. Balançoire

Lorsque vous poussez un enfant sur une balançoire, vous lui donnez une série d'impulsion : une première impulsion, l'enfant fait un petit aller-retour, une deuxième impulsion, il fait un aller-retour un peu plus grand, une troisième impulsion ...

Nous savons tous par expérience que nous ne sommes pas libres de choisir le temps qui sépare deux impulsions : ce temps doit être égal à celui nécessaire à un aller-retour de l'enfant. Nous sommes peut-être moins conscients du fait que ce temps ne dépend que de la longueur des cordes de la balançoire et est indépendant de la masse de l'enfant[20].

Pour faire monter l'enfant très haut, nous sommes contraints de respecter le rythme propre de la balançoire et nous n'avons pas d'influence directe sur celui-ci. Pousser plus fort ne va par exemple pas faire osciller la balançoire plus vite[21].

Un enfant sur une balançoire est un exemple simple de **système résonant**. Un système résonant est un système physique qui possède un rythme naturel. Si on lui apporte de l'énergie d'une manière qui respecte ce rythme naturel, le système va connaître des oscillations de grande amplitude. Si on lui apporte de l'énergie à un rythme différent, il connaîtra des oscillations de petite amplitude.

Par ailleurs, dès qu'on arrête d'apporter de l'énergie au système, celui-ci oscille nécessairement à son rythme naturel jusqu'à ce que des mécanismes dissipatifs (frottement, viscosité) ne finissent par le mettre au repos.

Ce rythme naturel est caractérisé par un nombre d'oscillations par seconde qu'on appelle la **fréquence propre** ou **fréquence de résonance** du système. La durée d'une oscillation est la **période propre** du système ; elle est l'inverse de la fréquence propre.

∴

Un métronome mécanique est une balançoire à l'envers. En faisant coulisser la petite masse vers le haut de l'axe battant on augmente la longueur efficace de la « balançoire ». On diminue cette longueur efficace en faisant descendre la masse.

20 Ce rythme dépend légèrement de l'amplitude des oscillations mais nous ignorerons cet aspect des choses ; supposons qu'il s'agisse de petites oscillations.

21 La force des impulsions peut affecter la rapidité avec laquelle l'amplitude des oscillations augmente mais, et c'est le point crucial ici, elle n'affecte pas le temps que prend une oscillation.

40. Un curieux instrument de musique

Imaginons un curieux instrument de musique, hybride étrange entre un tambour et une flûte de Pan. Il est constitué d'un tube de petit diamètre, fermé hermétiquement à une extrémité et dont l'autre extrémité est recouverte d'une membrane élastique semblable à la peau d'un tambour.

Lorsqu'on percute la membrane, une onde sonore (onde de pression) est produite qui se propage le long de l'axe du tube. L'onde se réfléchit au fond du tube, sans subir de renversement puisque la pression, comme la hauteur de la vague dans le canal, est libre de varier au fond du tube[22]. L'onde revient alors à son point de départ. Au total, si on note ℓ la longeur du tube, l'onde a parcouru une distance 2ℓ à la vitesse du son, qu'on dénote par la lettre c. Son aller-retour a donc duré un temps $2\ell/c$. Ce temps est très court : si on considère une longeur de 66 centimètres on trouve un temps de :

$$T = \frac{2\times0{,}66}{340} = 0{,}00388 \text{ secondes}$$

soit un peu moins de quatre millisecondes.

Revenue à son point de départ, l'onde sonore vient frapper la membrane et s'y réfléchit également, toujours sans retournement. Si, juste à ce moment là, on frappe à nouveau la membrane, on crée une deuxième impulsion identique à la première et qui s'ajoute à celle-ci. On a donc une nouvelle onde sonore, d'une amplitude double de la première, qui refait un aller-retour dans le tube. Si on frappe régulièrement la membrane de manière à espacer nos impulsions exactement du temps nécessaire à ce que l'onde fasse un aller-retour, l'amplitude de l'onde croît régulièrement et prend très rapidement des valeurs considérables. **Nous avons mis le tube en résonance.**

La période propre du tube fermé à ses deux extrémités est :

$$T_{propre} = \frac{2\ell}{c}$$

Sa fréquence propre est :

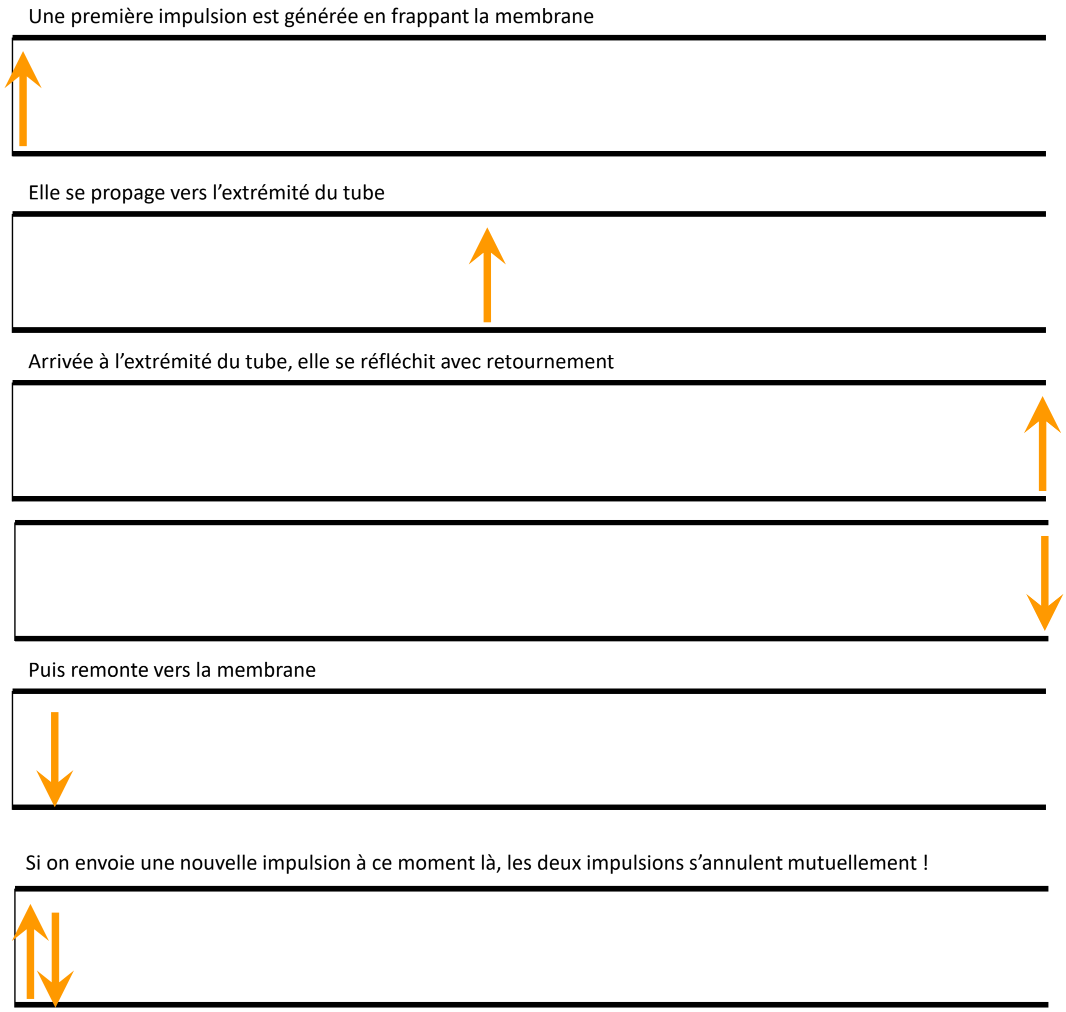
$$f_{propre} = \frac{c}{2\ell}$$

∴

Gardons le même tube, conservons aussi la membrane élastique mais laissons l'autre extrémité ouverte. À une extrémité ouverte, la pression dans le tube doit être très proche de la pression atmosphérique et la pression acoustique doit donc y être pratiquement nulle. Une extrémité ouverte agit donc sur la pression acoustique exactement comme un point fixe agit sur le déplacement d'une corde de piano : elle induit une réflexion avec retournement.

Envoyons donc une première impulsion dans le tube. Elle vient se réfléchir avec retournement sur l'ouverture puis remonte vers la membrane (pour faire apparaître schématiquement le retournement, nous représentons l'impulsion par une flèche dirigée soit vers le haut, soit vers le bas). L'onde qui remonte vers la membrane est la même que celle qui descendait vers l'ouverture mais changée de signe : là où il y avait surpression, il y a maintenant dépression et vice-versa. Si, au moment même où l'onde réflechie frappe la membrane, on envoie une nouvelle impulsion, les deux impulsions, égales et opposées, vont **s'annuler**. Les physiciens parlent d'interférence destructive entre les deux ondes.

[22] C'est la vitesse d'oscillation des particules d'air qui s'annulle ; l'onde de vitesse se réfléchit avec retournement.



Si, par contre, on laisse la première impulsion se réfléchir sur la membrane, repartir vers l'extrémité du tube, s'y réfléchir avec retournement et revenir une deuxième fois à la membrane, on peut alors envoyer une deuxième impulsion qui sera identique à la première et conduira à la résonance. Comme on doit laisser l'impulsion faire deux aller-retour soit quatre trajets, avant de relancer une deuxième excitation, le temps entre deux impulsions (la période propre) est :

$$T_{propre} = \frac{4\ell}{c}$$

et sa fréquence propre est :

$$f_{propre} = \frac{c}{4\ell}$$

La période propre du tube ouvert est donc double de celle du tube fermé. La fréquence propre du tube ouvert est dès lors moitié de celle du tube fermé.

41. Typologie physique des instruments à vent

Dans les instruments à vent, le son est produit par l'un des deux mécanismes suivants : une anche ou un biseau.

Il existe de nombreux types d'**anches** : anche simple (clarinette), anche double (hautbois), anche flottante (accordéon), anche lippale (cuivre). D'un point de vue acoustique, une anche, de quelque type qu'elle soit, se comporte comme une **extrémité fermée**. L'onde qui y revient après avois effectué un aller-retour dans le tube s'y réfléchit sans retournement.

Il existe également plusieurs types de **biseaux** : avec bec (flûte à bec), sans bec (flûte de Pan), embouchure (flûte traversière). Un biseau, quelqu'en soit le type, se comporte comme une **extrémité ouverte**. L'onde qui y revient après avois effectué un aller-retour dans le tube s'y réfléchit avec retournement.

∴

Nous sommes maintenant prêts à définir une typologie générale des instruments à vent suivant le type de mécanisme trouvé côté bouche (anche ou biseau) d'une part et suivant les conditions rencontrées côté pavillon (tube ouvert ou fermé) d'autre part. Comme nous l'avons vu, ces différentes conditions fixent la manière dont l'onde se réfléchit aux deux extrémités : avec ou sans retournement.

Type d'instrument	Côté bouche	Côté opposé
I	Anche (= fermé) Pas de retournement	Ouvert Retournement
II	Biseau (= ouvert) Retournement	Ouvert Retournement
III	Anche (= fermé) Pas de retournement	Fermé Pas de retournement
IV	Biseau (= ouvert) Retournement	Fermé Pas de retournement

On a déjà rencontré les instruments de type I et de type III (§31). Leurs fréquences de résonance sont respectivement données par les formules $c/4\ell$ et $c/2\ell$. Cette différence résulte du nombre d'aller-retour que l'onde doit faire avant de retrouver sa configuration de départ et d'accepter qu'on lui adjoigne un compagnon de voyage : deux aller-retours (4ℓ) pour le type I, un aller-retour (2ℓ) pour le type III.

Les instruments de type II vont aussi présenter une résonance à la fréquence $c/2\ell$. Il suffit en effet d'un seul aller-retour pour qu'une onde se retrouve, côté bouche, dans sa configuration de départ :

- Au point de départ l'onde est en configuration ↑
- Après un aller, l'onde se réfléchit avec retournement : ↓
- Mais lorsqu'elle vient de nouveau frapper le côté bouche, elle se retourne (↑) de telle sorte qu'elle a bien retrouvé sa configuration initiale.

Les instruments de type IV résonnent à la fréquence $c/4\ell$. Il faut en effet deux aller-retours pour qu'une onde se retrouve, côté bouche, dans sa configuration de départ :

- Au point de départ l'onde est en configuration ↑
- Après un aller, l'onde se réfléchit sans retournement : ↑
- Mais lorsqu'elle vient de nouveau frapper le côté bouche, elle se retourne (↓) ; on ne peut donc pas lui ajouter un compagnon qui la ferait disparaître.
- Après un nouvel aller, l'onde se réfléchit sans retournement (↓).

- Après un deuxième retour, l'onde se retourne (↑) : on peut lui ajouter un compagnon !

Exemples d'instruments de chaque famille :

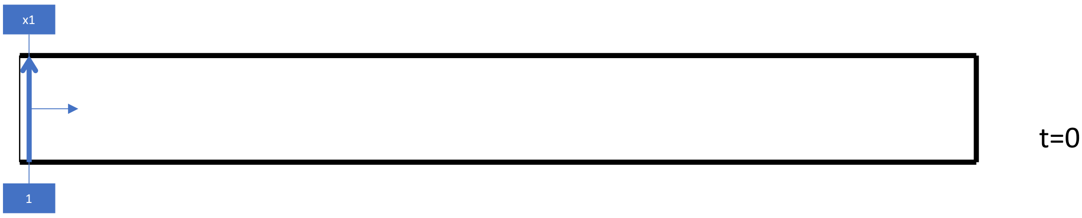
- Type I : clarinettes, saxophones, cuivres, hautbois, jeux d'anche des orgues ;
- Type II : flûtes à bec, flûtes traversières, jeux principaux de l'orgue ;
- Type III : un instrument de ce type reste à inventer ;
- Type IV : flûte de Pan, jeux de bourdon des orgues.

42. Fondamental et harmonique

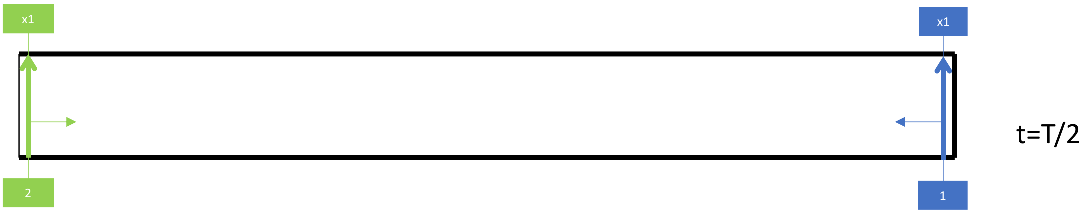
Mais pourquoi les instruments à vent produisent-ils naturellement un son riche en harmonique ? Nous avons vu que la résonance amplifie naturellement une des fréquences présente dans la source : la fréquence de résonance du tube. Voyons maintenant pourquoi elle amplifie également les fréquences multiples de celle-ci.

∴

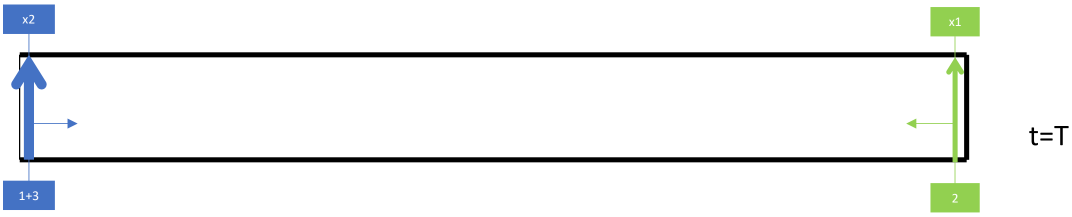
Reprenons notre petit modèle du tube fermé à ses deux extrémités. Une première impulsion est envoyée dans le tube à l'instant initial (le petit cadre inférieur donne le numéro de la ou des impulsions qui se propagent, le petit cadre supérieur donne l'amplitude de l'onde c'est-à-dire le nombre d'impulsions qui se propagent) :



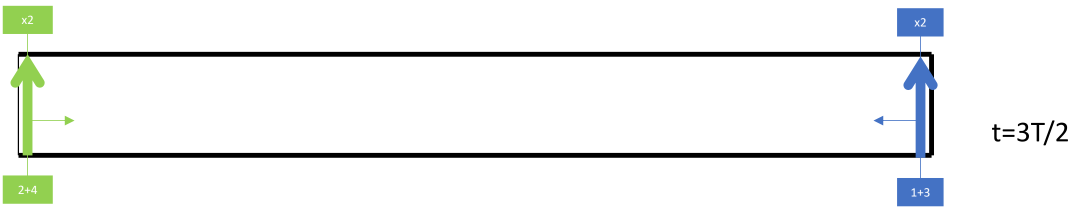
Au bout d'une demi-période (t=T/2), la première impulsion est arrivée au bout du tube. Décidons d'envoyer une deuxième impulsion à ce moment là :



Au bout d'une période, la première impulsion est revenue à l'extrémité gauche, la seconde est au fond du tube. Une troisième impulsion est générée ; elle s'ajoute à la première ; les impulsions 1 et 3 se propagent ensemble, elles ont collectivement une amplitude double de celle d'une seule impulsion :



Encore une demi-période plus tard (t=3T/2), les impulsions 1 et 3 sont à l'extrémité droite du tube, l'impulsion 2 est revenue à son point de départ et on peut lui ajouter l'impulsion 4 :



On a maintenant deux impulsions qui se propagent simultanément dans le tube et leur amplitude croît régulièrement : il y a donc bien à nouveau résonance ! Le tube que nous avions vu résonner à la fréquence $c/2\ell$ résonne également à la fréquence double de celle-ci soit c/ℓ. On se convaincra aisément que le tube présente en fait une inifinité de fréquences de résonances dont la formule générale est :

$$f_{résonance} = n\frac{c}{2\ell}$$

Où le nombre n peut prendre n'importe quelle valeur entière.

∴

Introduisons maintenant la notion de **longueur d'onde**.

La longueur d'onde est la distance que parcourt une onde monochromatique au cours d'une période. Si la fréquence de l'onde est f, sa période est T et sa célérité c alors sa longueur d'onde est λ :

$$T = \frac{1}{f} \rightarrow \lambda = c \times T = \frac{c}{f}$$

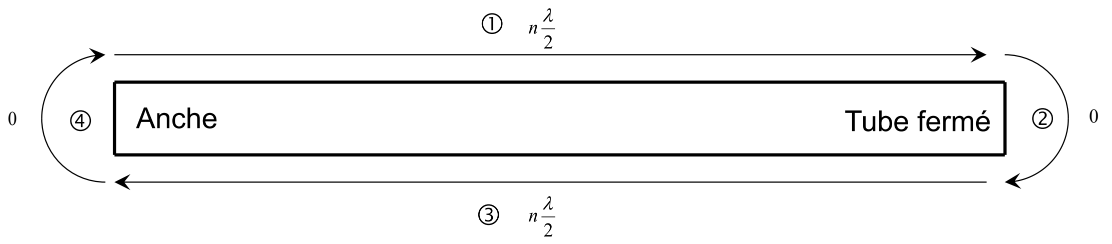
La période décrit la périodicité *temporelle* du signal : si la pression acoustique prend la valeur p au temps t, alors elle prendra la même valeur p au temps t+T. La longueur d'onde décrit la périodicité *spatiale* de l'onde : si la pression acoustique prend la valeur p en un point de coordonnée x du tube, alors elle prendra la même valeur p au point de coordonnée x+λ.

On voit donc que la résonance de notre instrument particulier se produit lorsque la longueur du tube est égale à une demi-longueur d'onde :

$$\lambda_{propre} = \frac{c}{f_{propre}} = \frac{c}{n\frac{c}{2\ell_{résonance}}} = \frac{2}{n}\ell_{résonance} \rightarrow \ell_{résonance} = n\frac{\lambda_{propre}}{2}$$

On parle de **résonance en demi longueur d'onde**. Il y a donc résonance dès que la longueur du tube est égale à un multiple entier de demi-longueurs d'ondes. Cela se comprend intuitivement : si la longueur du tube est un nombre entier de demi-longueurs d'onde, un aller-retour représente un nombre entier de longueurs d'ondes. Or, après avoir parcouru une longueur d'onde, le signal est revenu à son état initial et est prêt à se combiner avec une nouvelle impulsion.

Une condition de résonance **totalement générale** est que le **chemin acoustique de l'onde**, d'embouchure à embouchure, soit égal à un nombre entier de longueurs d'ondes. Le schéma suivant explique ce principe :

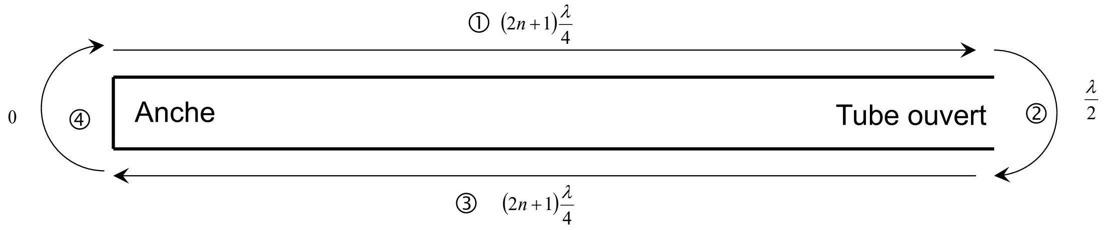


Les flèches circulaires aux extrémités, accompagnées du nombre zéro, indiquent que l'onde se réfléchit sans retournement aux extrémités. Cette notation, inutile ici, sera utile pour comprendre les résonances des autres familles d'instruments.

∴

Dès que l'instrument présente une (clarinette ou flûte de Pan) ou deux ouvertures (flûte à bec), il faut prendre en compte le fait que l'onde se réfléchit avec retournement. Ce retournement peut-être interprété comme un allongement du chemin acoustique d'une demi-longueur d'onde : tout se passe comme si l'onde parcourait instantanément une demi-longueur d'onde au moment de sa réflexion.

Considérons un instrument de **type I** (anche + tube ouvert). La condition de résonance est que, d'embouchure à embouchure, l'onde parcoure un nombre entier de longueur d'ondes. Le schéma suivant montre que ceci se produit, si on tient bien compte de la demi-longueur d'onde gagnée lors de la réflexion à l'extrémité ouverte, lorsque la longueur du tube est un nombre impair de quart de longueurs d'ondes :

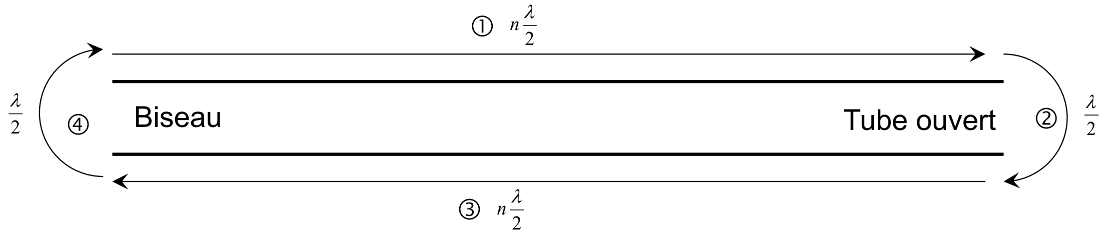


Le chemin acoustique est alors en effet :

$$(2n+1)\frac{\lambda}{4}+\frac{\lambda}{2}+(2n+1)\frac{\lambda}{4}=(n+1)\lambda$$

$$\therefore$$

Pour le **type II** (biseau + tube ouvert), on retrouve une résonance en demi-longueur d'onde :

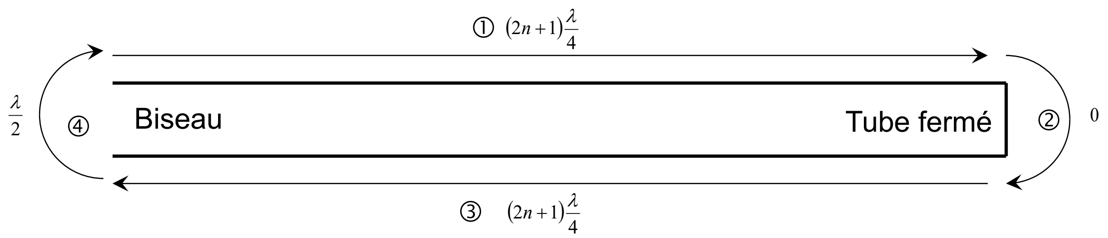


Le chemin acoustique est alors en effet :

$$n\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{2}+n\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{2}=(n+1)\lambda$$

$$\therefore$$

Pour le **type IV** (biseau + tube fermé), on trouve :



Le chemin acoustique est alors en effet :

$$(2n+1)\frac{\lambda}{4}+(2n+1)\frac{\lambda}{4}+\frac{\lambda}{2}=(n+1)\lambda$$

À retenir

Un tube présente une résonance acoustique lorsque le chemin acoustique suivi par l'onde est égal à un nombre entier de longueurs d'ondes.

Le chemin acoustique est égal à deux fois la longueur du tube auquel on ajoute une demi-longueur d'onde pour chaque extrémité ouverte (pavillon ou embouchure de type biseau).

Ceci conduit à deux grands types d'instruments :

(1) ceux qui présentent des résonance en demi-longueur d'onde et qui produisent tous les harmoniques du fondamental $c/2\ell$;

(2) ceux qui présentent des résonances en quart de longueur d'onde et qui ne produisent que les harmoniques impairs du fondamental $c/4\ell$.

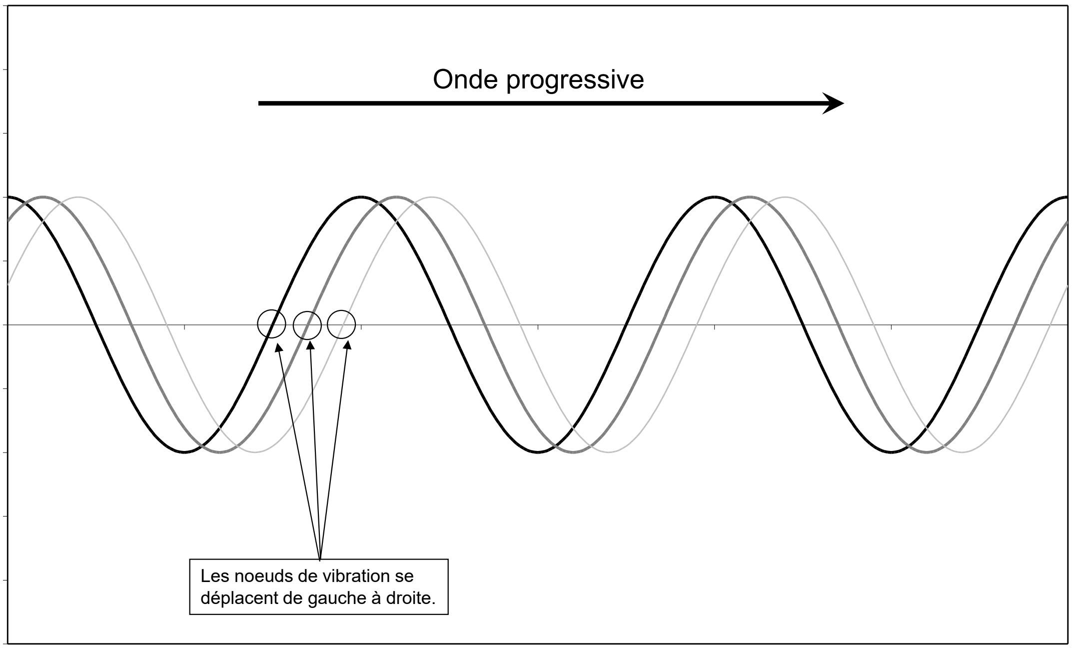
43. Impulsions ou onde stationnaire ?

Les impulsions émises à une extrémité et se propageant dans le tube puis subissant un certain nombre de réflexions avec ou sans retournement sont un modèle intuitif utile mais physiquement trompeur.

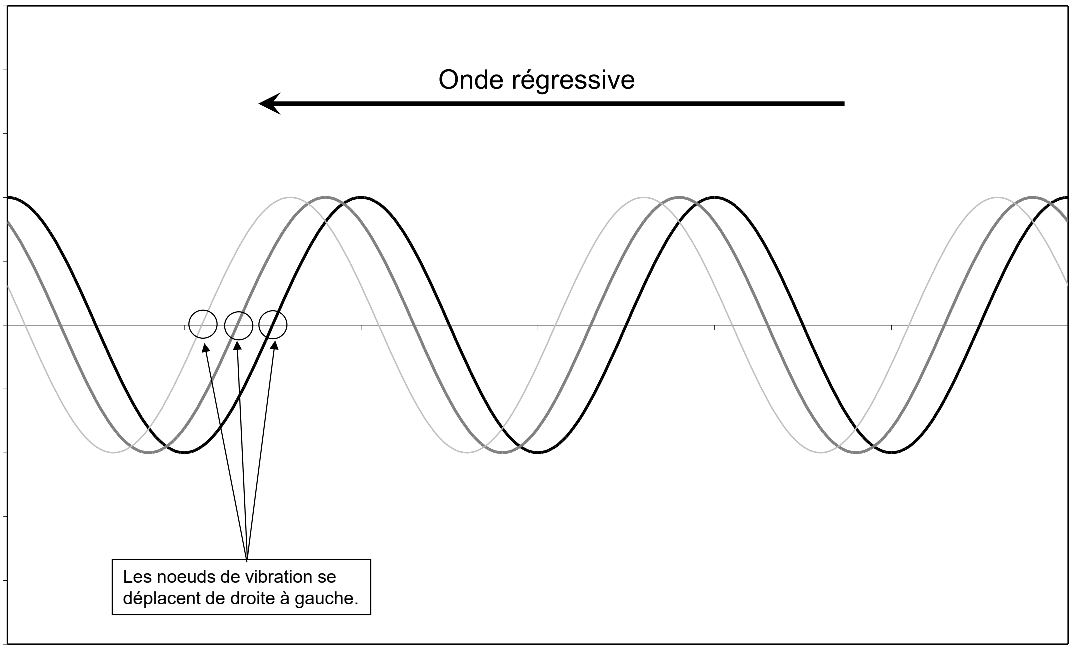
L'anche ou le biseau n'envoient pas des impulsions dans le tube mais un signal continu ; la valeur de la pression en un point donné du tube, en un instant donné, n'est pas binaire (tout ou rien) mais varie au contraire de manière continue.

∴

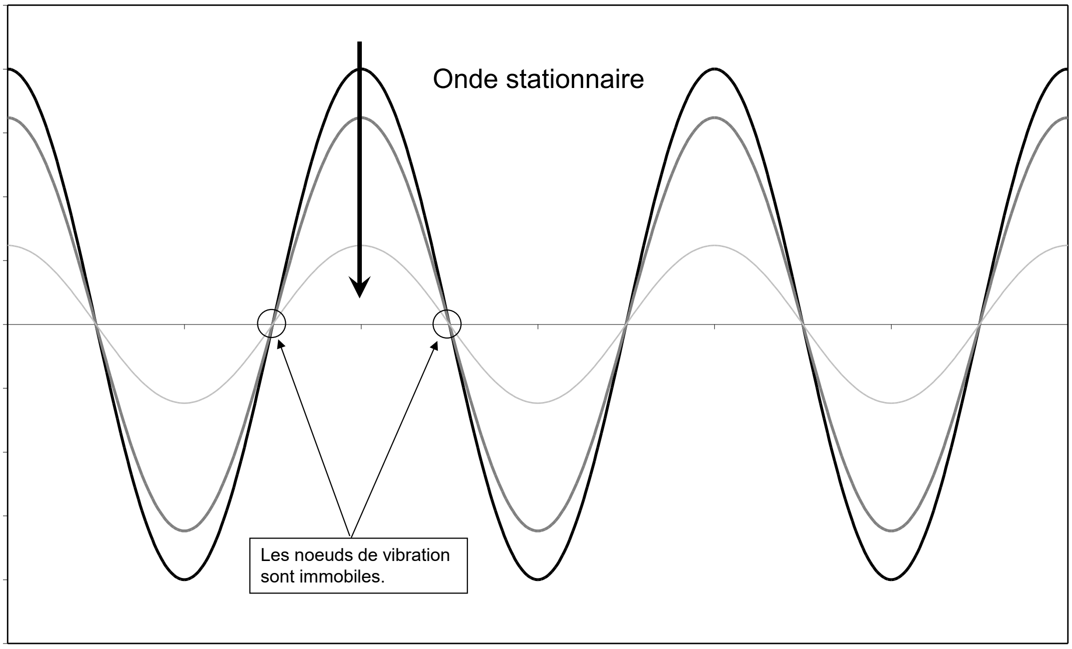
Le champ acoustique dans le tube est en fait décrit comme la superposition d'un ensemble d'ondes stationnaires. Si la source, côté embouchure, émet un signal sinusoïdal, une onde, également sinusoïdale se propage vers l'autre extrémité du tube ; on est confronté à une **onde progressive**. Les nœuds de vibration, c'est-à-dire les points ou la pression acoustique est nulle, se propagent de gauche à droite.



Mais cette onde est réfléchie à l'extrémité et revient en sens inverse ; cette onde réfléchie est une **onde régressive** :



Si le chemin acoustique est égal à un nombre entier de longueurs d'ondes, les ondes progressives et régressives interagissent pour produire une **onde stationnaire** dont les nœuds de vibration sont fixes.

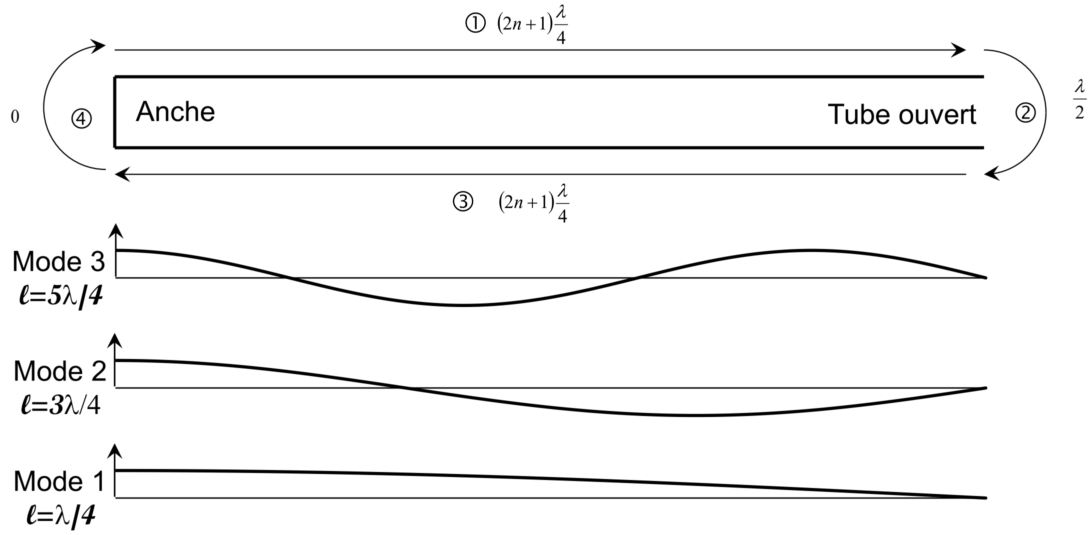


∴

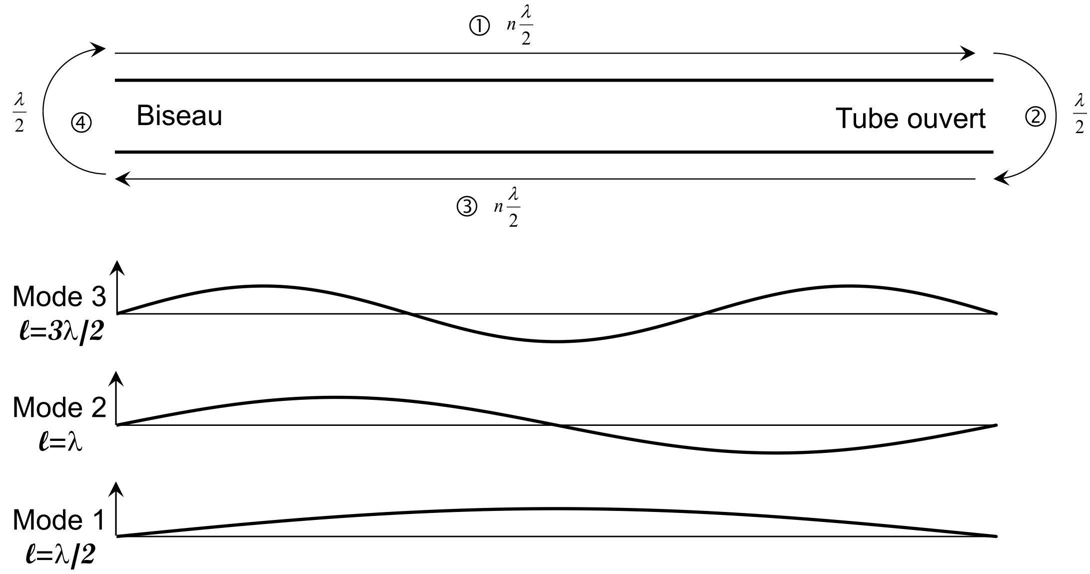
La distribution de pression acoustique dans un tube est le résultat de la combinaison de toutes les ondes stationnaires compatibles avec les conditions qui prévalent à ses extrémités :

- extrémité ouverte = pression acoustique nulle = réflexion avec retournement
- extrémité fermée = vitesse acoustique nulle = réflexion sans retournement.

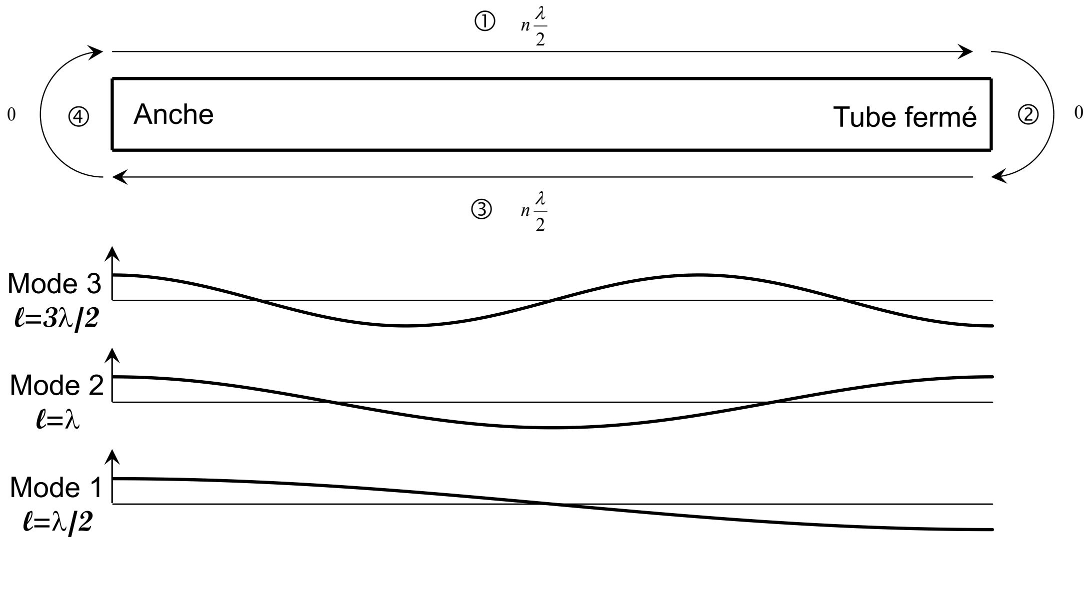
Ces ondes stationnaires sont appelés les **modes acoustiques du tube** ; à chaque mode est associé une des fréquences propres du tube. Les premières ondes stationnaires des différentes familles d'instruments sont représentées ci-dessous.



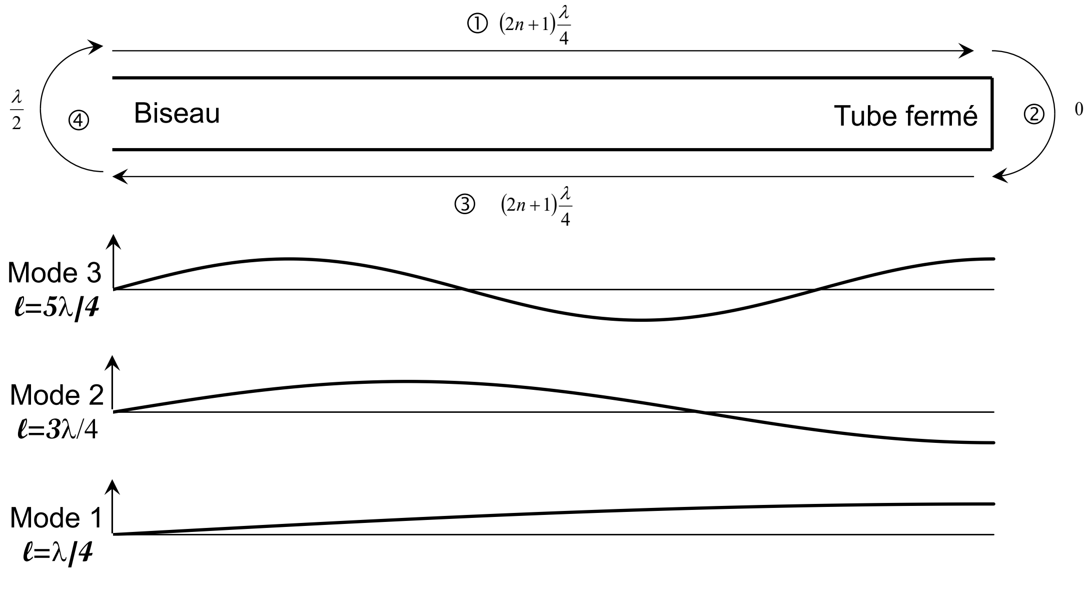
Type I Résonances: $f_r=(2n+1)\frac{c}{4\ell}$ (harmoniques impairs)



Type II Résonances: $f_r=n\frac{c}{2\ell}$ (tous les harmoniques)



Type III Résonances: $f_r = n\frac{c}{2\ell}$ (tous les harmoniques)



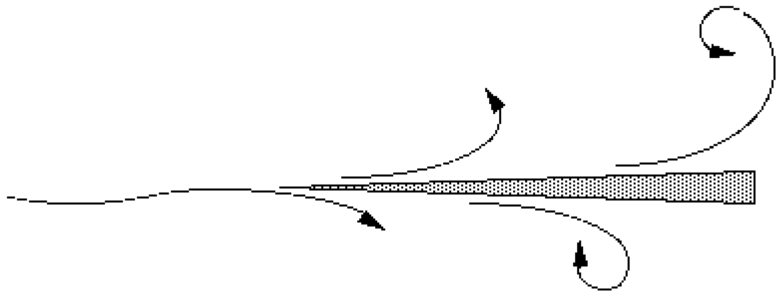
Type IV Résonances: $f_r = (2n+1)\frac{c}{4\ell}$ (harmoniques impairs)

44. Physique des flûtes droites

Les flûtes droites sont constituées d'un tuyau percé de trous et ouvert à ses deux extrémités. L'une des extrémités présente un biseau sur lequel on souffle pour produire le son. Les flûtes sont en général pourvues d'un pavillon peu évasé voire dépourvues de tout pavillon. Un bec est souvent présent pour diriger le jet d'air vers le biseau (flûtes à bec) mais ce n'est pas toujours le cas (khéna).

∴

Lorsqu'on souffle sur un biseau, une partie de l'air passe au dessus du biseau et une autre partie passe en dessous de celui-ci. Cette répartition est stable à basse vitesse mais elle devient **oscillante** dès que la vitesse dépasse un certain seuil.



Le mécanisme qui produit cette oscillation est qualitativement simple à comprendre : (1) la pression dans le tube augmente sous l'effet de l'air qui y entre, (2) à un moment donné, cette pression crée une résistance trop importante et l'écoulement trouve plus facile de passer au dessus du biseau, (3) la pression diminue alors dans le tube et l'écoulement peut de nouveau s'y engouffrer.

Ces oscillations se produisent très rapidement. Si vous soufflez dans le bec d'une flûte, seul, détaché du tube, vous produirez un son très aigu. Lorsque le bec est monté sur le tube, le rythme des oscillations de l'écoulement va être contraint de s'accorder avec la période de résonance acoustique du tube.

On a donc un mécanisme **générateur** ou **excitateur** (le souffle) et un mécanisme **régulateur** (la résonance du tube).

∴

La flûte étant un instrument de type II (ouvert-ouvert), il présente des résonances en $c/2\ell$ et son spectre contient tous les harmoniques.

Si on considère par exemple une flûte de 48 centimètres, sa fréquence fondamentale (tous trous fermés) est de 354 Hz et son spectre contient des harmoniques à 708 Hz, 1.062 Hz, 1.416 Hz etc.

∴

On choisit la note jouée en modifiant la longueur acoustique du tube ce qui se fait en ouvrant certains trous. L'onde va considérer qu'elle est arrivée à l'extrémité du tube dès qu'elle rencontre le premier trou ouvert et elle va se réfléchir au droit de ce trou. Le diagramme suivant donne les doigtés d'une flûte à bec en Fa. Les flèches évoquent *schématiquement* la longueur résonante de la flûte c'est-à-dire le trajet qu'elle effectue depuis le bec où elle naît jusqu'à la section du tube où elle se réfléchit.

	Note →	Fa	Fa#	Sol	Sol#	La	Si b	Si	Do	Do#	Ré	Mi b	Mi
MG	Pouce	●	●	●	●	●	●	●	●	● ●	●	● ●	●
	1	●	●	●	●	●	●	●	●	● ●	●	● ●	●
	2	●	●	●	●	●	●	●	●	● ●	●	○ ○	○
	3	●	●	●	●	●	●	●	●	○ ○	○	● ●	○
MD	4	●	●	●	●	●	●	○	○	● ●	○	● ●	○
	5	●	●	●	●	●	○	●	○	● ●	○	○ ○	○
	6	●●	●●	●●	●○	○○	●●	●●	○○	○○ ●○	○○	○○ ●●	○○
	7	●●	●○	○○	○○	○○	●●	○○	○○	○○ ○○	○○	○○ ○○	○○

Doigtés © Philippe Bolton

En réalité, l'onde ne se réfléchit pas exactement au droit du premier trou ouvert mais un petit peu plus loin. On doit appliquer une *correction de longueur* et celle-ci dépend de la configuration de la partie de tube située après le premier trou ouvert (longueur, état des trous suivants). Ceci explique, *qualitativement*, le doigté particulier des notes « intermédiaires » :

	Note →	Fa	Fa#	Sol	Sol#	La	Si b	Si	Do	Do#	Ré	Mi b	Mi
MG	Pouce	●	●	●	●	●	●	●	●	● ●	●	● ●	●
	1	●	●	●	●	●	●	●	●	● ●	●	● ●	●
	2	●	●	●	●	●	●	●	●	● ●	●	○ ○	○
	3	●	●	●	●	●	●	●	●	○ ○	○	● ●	○
MD	4	●	●	●	●	●	●	○	○	● ●	○	● ●	○
	5	●	●	●	●	●	○	●	○	● ●	○	○ ○	○
	6	●●	●●	●●	●○	○○	●●	●●	○○	○○ ●○	○○	○○ ●●	○○
	7	●●	●○	○○	○○	○○	●●	○○	○○	○○ ○○	○○	○○ ○○	○○

Doigtés © Philippe Bolton

∴

Le trou de pouce, situé approximativement au quart de la longueur résonante, facilite l'accrochage des notes de la deuxième ou troisième octave mais les doigtés correspondants ne peuvent se comprendre que si on voit le corps de la flûte comme un résonateur complexe défini par les zéros de son impédance acoustique dans le doigté correspondant (§36 XX).

45. Physique des flûtes traversières

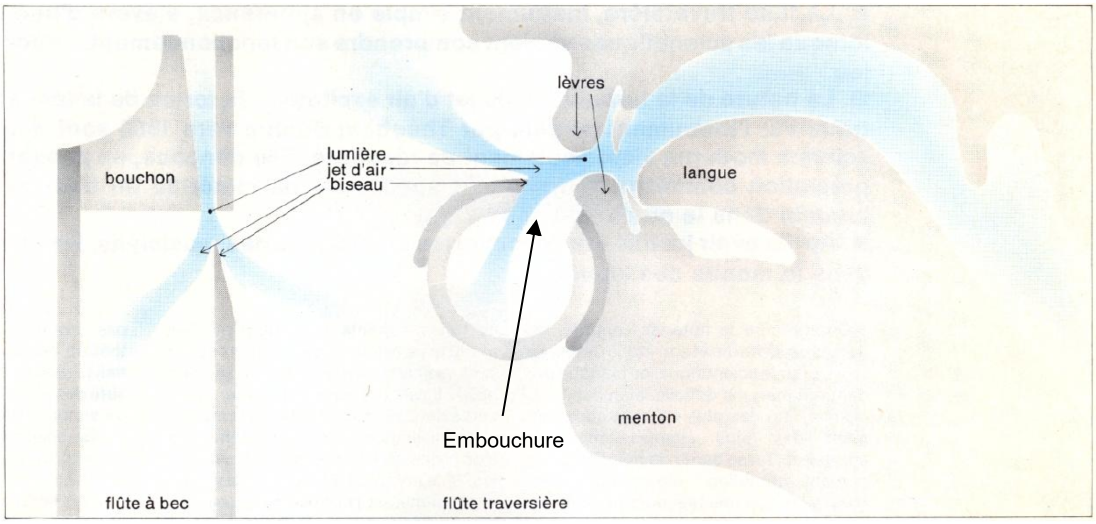


Figure 43 : Excitation de la flûte : flûte à bec à gauche, flûte traversière à droite. **Sébastien Balibar,** *L'acoustique de la flûte,* La Recherche n°118, Janvier 1981.

Deux différences essentielles entre la flûte à bec et la flûte traversière :

1. Dans la flûte à bec l'air est amené sur le biseau au travers d'une lumière ; l'angle d'incidence entre le jet d'air et le biseau est fixe et la distance bouche-biseau l'est également. Dans la flûte traversière, l'instrumeniste jouit d'une dangereuse liberté qui, suivant ses compétences, est au service ou au détriment de la musique. Il peut en effet, en approchant ou éloignant la lèvre supérieure du biseau, modifier la nature de l'excitation.
2. Un espace est ménagé dans la partie de la flûte située en amont de l'embouchure ; il est fermé par un bouchon, la couronne, qu'on peut enfoncer plus ou moins profondément afin d'accorder la flûte.

Figure 44 : Couronne (ou bouchon de tête) d'une flûte traversière. © MagiDeal.

∴

Comme on l'a déjà indiqué à propos de la flûte à bec, le modèle considérant que l'extrémité effective de la flûte se situe au niveau du premier trou ouvert qui définit ainsi sa longueur résonante et la note jouée pour le doigté donné est simpliste. En réalité le diamètre des trous et la manière dont ils sont percés et fermés ainsi que la configuration de la flûte dans la partie qui suit le premier trou ouvert jouent un rôle considérable dans le lieu ou se produit la réflexion de l'onde et la manière dont celle-ci se produit. **La réflexion avec ou sans renversement ne sont en effet que des cas extrêmes entre lesquels toute une série de mode de réflexion peuvent se produire.**

Une manière de caractériser toute la subtilité de la résonance dans le tube consiste à mesurer son **impédance acoustique** dans la section d'entrée. L'impédance acoustique est une mesure du rapport entre l'amplitude de la fluctuation de pression acoustique en un point et celle de la vitesse d'oscillation axiale produites par le champ acoustique au même point. L'impédance est une grandeur dépendante de la fréquence et, bien entendu, du doigté. Les résonances, pour une flûte et d'une manière les instruments à embouchure de type biseau, survient aux fréquences où l'impédance présente un minimum.

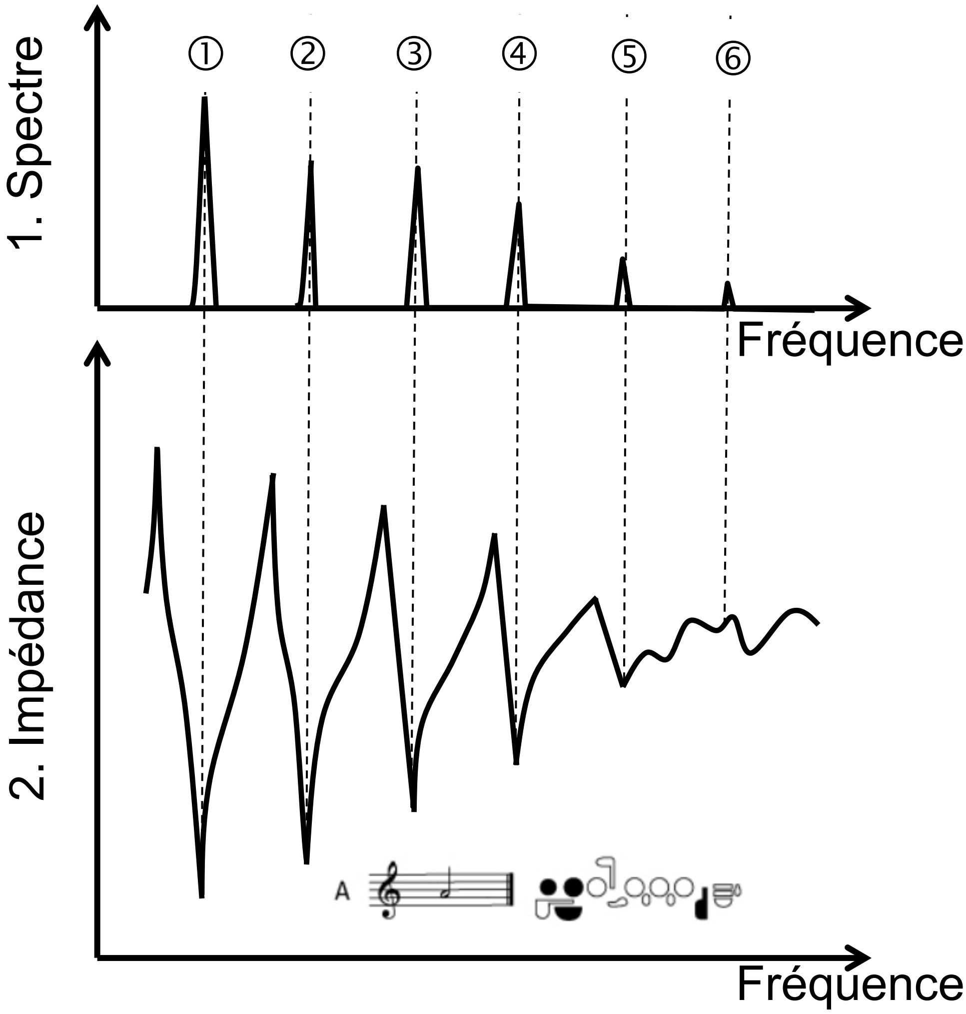


Figure 45 : Variation de l'impédance pour un doigté particulier de La sur une flûte Boehm. Les résonances se produisent aux fréquences où cette impédance présente une valeur minimale. D'après **Smith J.R.,** *The acoustic impedance of the Boehm flute,* Institute of Acoustics, Vol. 19, 1997.

46. Physique des clarinettes

Une anche de clarinette est une lamelle de roseau profilée ; elle est attachée à l'embouchure par une ligature positionnée à la base de l'anche. L'anche est mise en vibration par le souffle de l'instrumentiste ce qui ouvre et ferme alternativement la lumière (fenêtre).

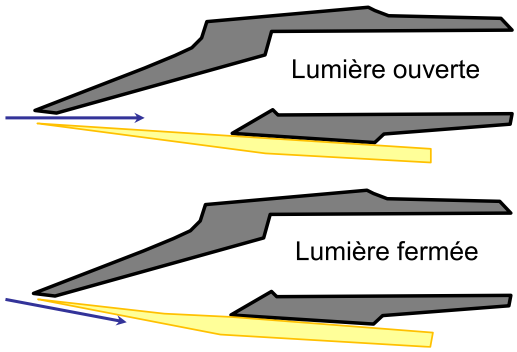


Figure 46 : L'anche vibre sous l'effet du souffle de l'instrumentiste, laissant passer l'air par intermittence.

Ces oscillations ont leur propre fréquence de résonance qui est responsable du son strident qui est produit lorsqu'on souffle dans l'embouchure seule. Lorsque l'embouchure est connectée au corps de l'instrument, ces oscillations sont toutefois calées sur la fréquence de résonance du tuyau, pour le doigté considéré. On retrouve l'idée d'un mécanisme **générateur** (anche) associé à un mécanisme **régulateur** (tuyau).

L'anche constitue, du point de vue acoustique, une extrémité fermée où les ondes se réfléchissent sans retournement. La clarinette est donc un instrument de type I dont les résonances apparaissent lorsque la fréquence est égale à un nombre impair de fois la fréquence fondamentale $c/4\ell$ ou, ce qui revient au même, lorsque la longueur du tuyau résonant est égale à un nombre impair de quart de longueur d'ondes.

∴

La longueur résonante de la clarinette est modifiée, comme dans le cas de la flûte, par l'ouverture ou la fermeture de trous.

La *clé de douzième* ouvre un trou qui, en générant un nœud de vibration approximativement au tiers de la longueur du tube, force le passage du mode « quart d'onde » au mode « trois quart d'onde », faisant grimper la fréquence d'un facteur trois, soit une douzième, soit encore une octave plus une quinte.

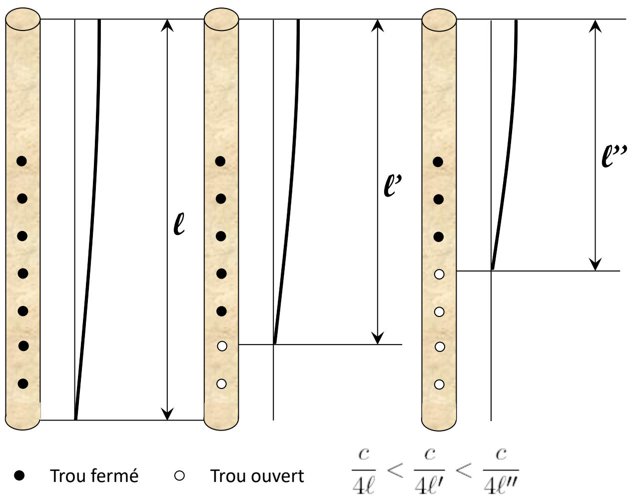


Figure 47 : La longueur résonante de la clarinette est déterminée, en première approximation, par la position du premier trou ouvert.

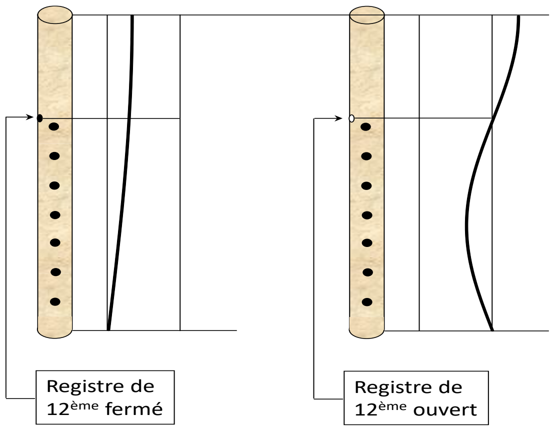


Figure 48 : Principe de fonctionnement du registre de douzième d'une clarinette.

∴

Comme nous l'avons déjà mentionné pour la flûte, le tube est, pour chaque doigté, un résonateur complexe défini par son impédance acoustique. Imaginons, par pure hypothèse, qu'il soit possible de placer une embouchure de clarinette sur le corps de la flûte étudiée à la section précédente. Qu'obtiendrait-on ? L'impédance est une caractéristique du tube ; elle est indépendante de l'embouchure. Les résonances sont, par contre, une propriété du système embouchure-tube. Dans le cas de la flûte, ces résonances se produisent lorsque l'impédance présente un minimum (spectre du haut dans la figure suivante). Dans le cas de la clarinette, elles se produiront lorsque l'impédance présente un maximum (spectre du bas dans la figure suivante).

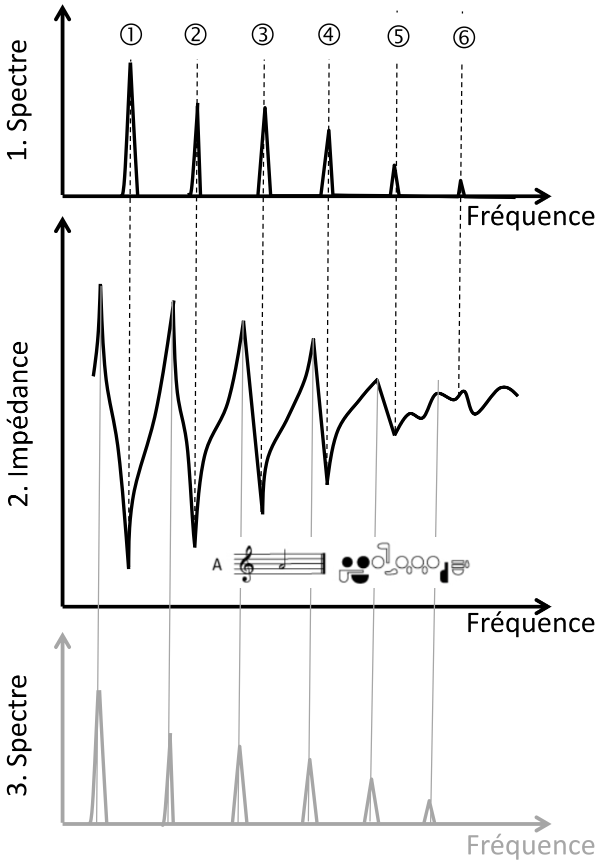
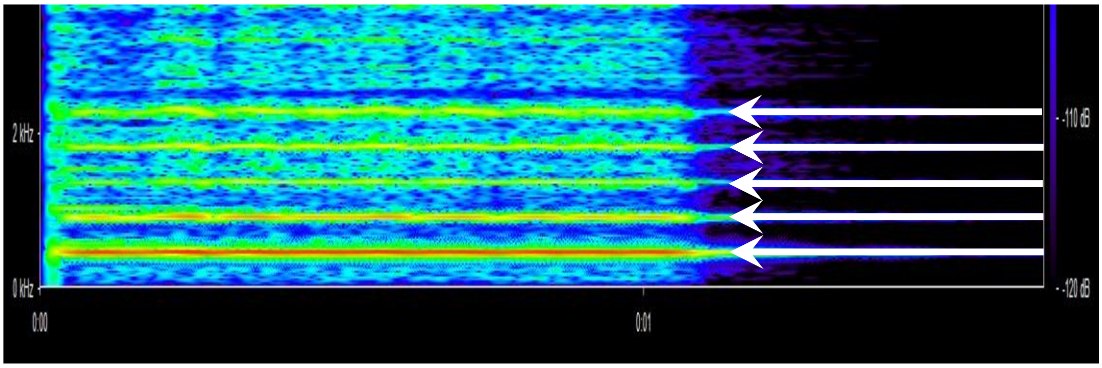


Figure 49 : Comparison de deux instruments qui seraient construits sur le même corps (tube percé de trous) sur lequel on monte une embouchure de flûte ou de clarinette. L'impédance acoustique (graphe du milieu) est une caractéristique du tube et est donc commune aux deux instruments. Avec une embouchure de flûte, les résonances apparaissent lorsque l'impédance présente un minimum. Avec une embouchure de clarinette, les résonances apparaissent lorsque l'impédance présente un maximum. Les spectres harmoniques des deux instruments sont décalés.

47. Harmoniques pairs et impairs des bois

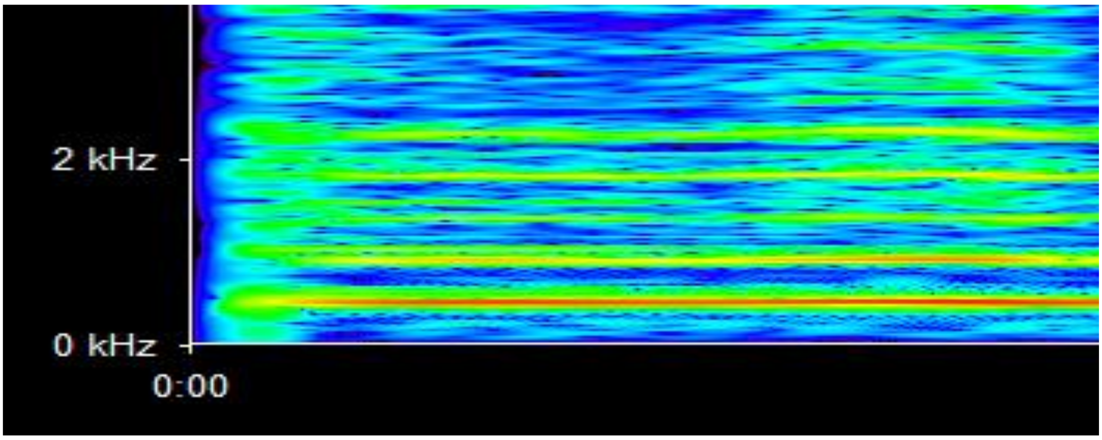
■ Harmoniques (flûte)

On constate d'abord que l'énergie sonore se concentre le long de lignes horizontales équidistantes représentant les harmoniques :



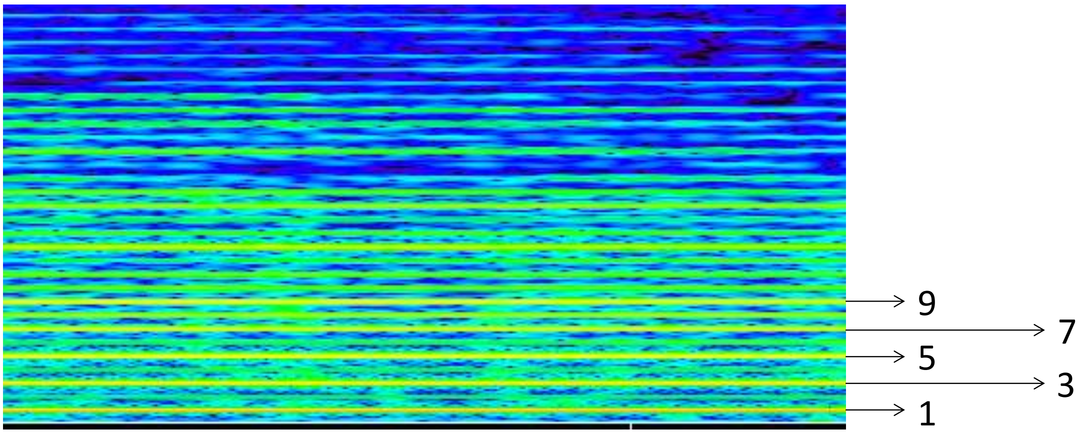
■ Transitoire d'attaque

On constate également que si le fondamental apparaît très tôt dans le signal, les harmoniques mettent plus de temps à apparaître ou à se stabiliser :

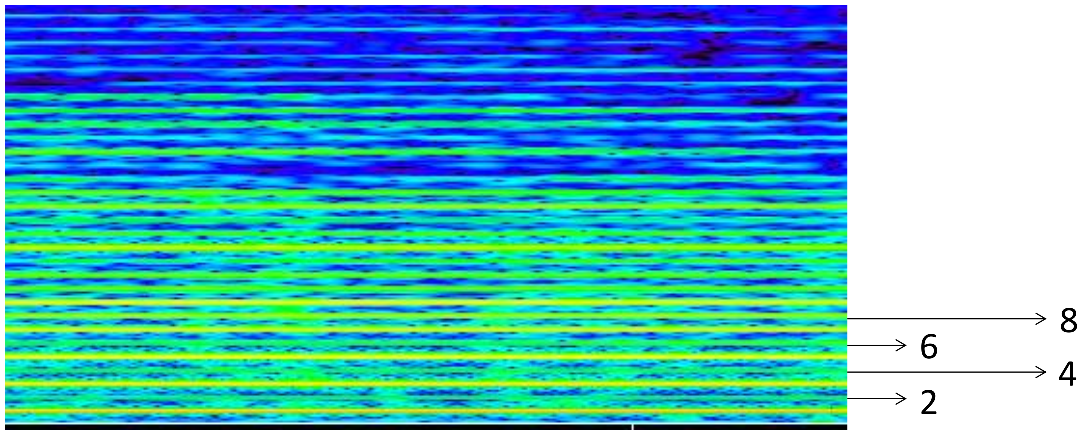


■ Harmoniques (clarinette)

Pour une clarinette, les harmoniques impairs dominent :



Et les harmoniques pairs, jamais totalement absents, sont néanmoins de bien moindre importance :


8
6
4
2

48. Physique des cuivres

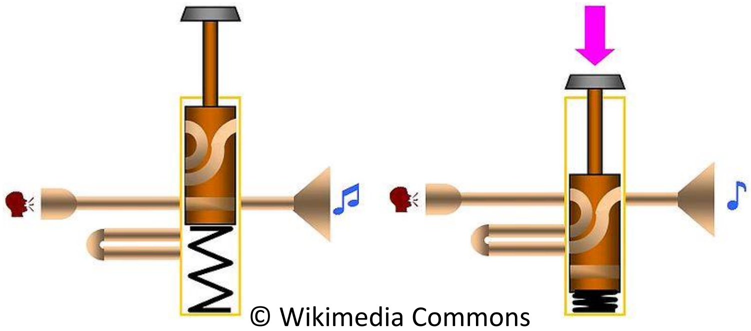
Les cuivres sont également, conceptuellement, des instruments à anches mais ce sont les lèvres de l'instrumentiste qui vibrent plutôt qu'une (clarinette) ou plusieurs (hautbois) lames de jonc ou de métal (harmonica, accordéon, jeux d'anches de l'orgue) : on parle d'**anches lippales**.

⇒ Vidéo montrant le mouvement complexe des lèvres d'un joueur de clairon. Le mouvement elliptique de chaque point des lèvres est caractéristiques de ce qu'on appelle des ondes de Rayleigh. On retrouvera le même mouvement lors de l'étude des cordes vocales.

∴

Le mécanisme par lequel la longueur de la colonne résonnante est modifiée est très différent de celui observé pour les bois. L'instrumentiste n'agit en effet pas sur l'ouverture ou la fermeture d'un jeu de trous mais sur la longueur du tube lui-même, soit grâce à une coulisse, comme dans le trombone :

Ou grâce à des pistons qui, comme dans la trompette, ouvrent ou ferment des voies de dérivation :



© Wikimedia Commons

Pour une longueur donnée, l'instrumentiste sélectionne, par le souffle et la tension des lèvres, le mode qu'il souhaite faire résonner.

∴

Le trombone étant un instrument de type I, ses fréquences de résonances sont, en théorie, les multiples impairs de $c/4\ell$. L'embouchure et le pavillon influent toutefois sur les fréquences de résonance d'une manière qui permet de jouer une série harmonique complète :

- l'embouchure baisse la fréquence des résonances d'ordre supérieur ;
- le pavillon augmente la fréquence des résonances d'ordre inférieur.

49. Les pavillons

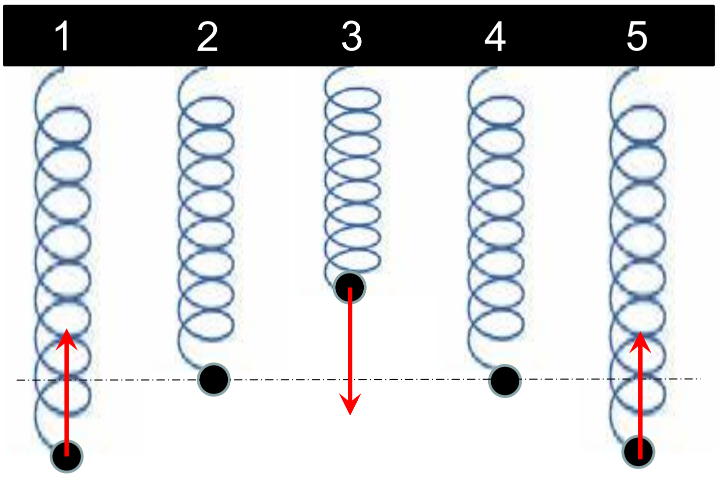
Le rôle du pavillon est double :

- modifier l'impédance acoustique à l'extrémité du tube et agir ainsi sur les fréquences de résonances de l'instrument ;
- accroître le rayonnement acoustique de la note jouée.

50. Vibration des cordes

Une masse posée sur un ressort vibre sous l'effet de deux forces opposées :

- la force d'inertie qui tend à lui faire poursuivre son mouvement ;
- la force de rappel du ressort qui tente de ramener la masse à son point d'équilibre où le ressort n'est ni comprimé ni tendu.

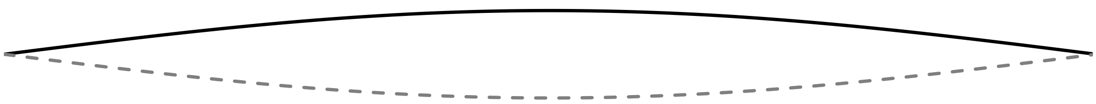


Analysons les positions 1 à 5 de la figure ci-dessus :

1. La masse a été écartée de sa position d'équilibre, le ressort est en extension, la vitesse de la masse est nulle. On lâche la masse à ce moment là et elle se met à remonter en accélérant sous l'effet la force de rappel du ressort.
2. La masse passe par son point d'équilibre, la vitesse de la masse est maximum et, entraînée par son inertie, elle dépasse ce point et met le ressort en compression, la force de rappel s'inverse.
3. La force de rappel a progressivement freiné la masse qui atteint son déplacement maximum. Sa vitesse s'annulle puis s'inverse. La masse repart en sens inverse.
4. La masse passe une nouvelle fois par son point d'équilibre, la vitesse de la masse est maximum et, entraînée par son inertie, elle dépasse ce point et met le ressort en compression, la force de rappel s'inverse.
5. La force de rappel a progressivement freiné la masse qui atteint son déplacement maximum. Sa vitesse s'inverse et la masse repart en sens inverse.

∴

Une corde vibre suivant un principe semblable : si on l'écarte de sa position d'équilibre, sa tension tend à l'y faire revenir mais, entraînée par son inertie, elle dépasse cette position jusqu'à ce que la tension l'arrête et la fasse repartir dans l'autre sens.



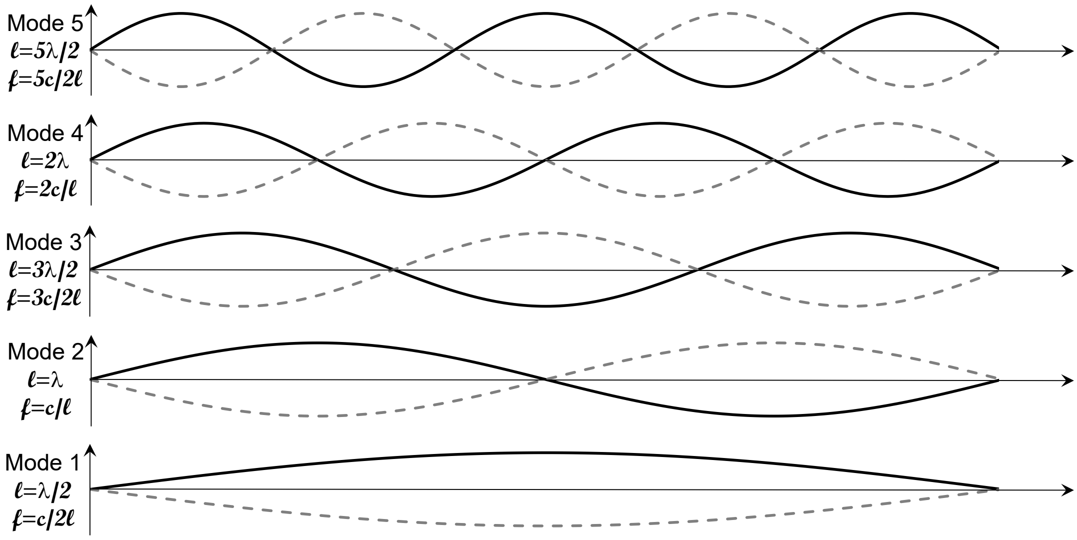
La fréquence à laquelle se déroule ce mouvement est fixée par la longueur de la corde (ℓ [m]), sa masse par unité de longueur (ρ [kg/m]) et sa tension (T [N)]) :

$$f_1 = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

Mais de la même manière qu'un tube présente plusieurs résonances, chacune définie par sa fréquence et la distribution qui lui est associée, une corde tendue présente également plusieurs résonances. Chacune d'entre elle est caractérisée pas sa fréquence dont la forme générale est la suivante (n peut prendre toutes les valeurs entières positives) :

$$f_n = \frac{n}{2\ell}\sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

et par un mode de déformation particulier de la corde :



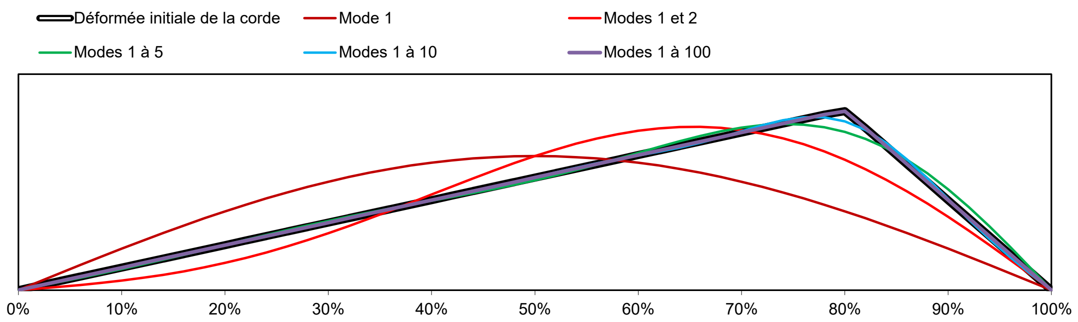
Les modes sont des **ondes stationnaires** de flexion de la corde.

51. Instruments à cordes pincées

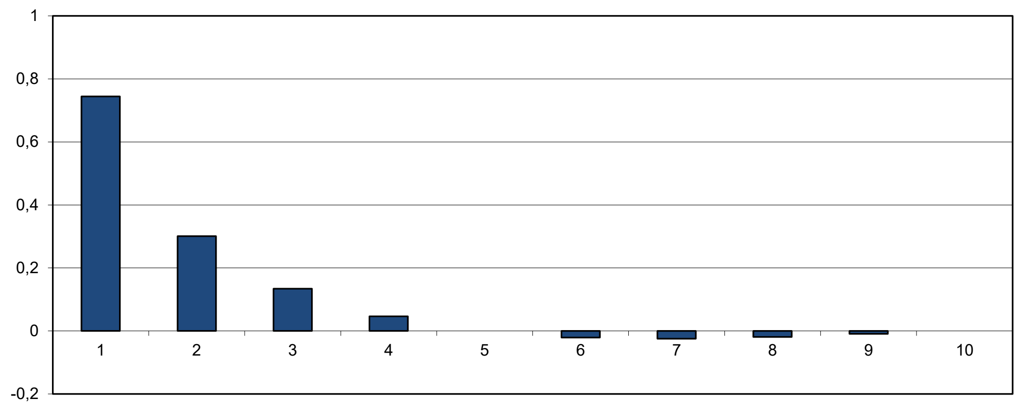
Dans un instrument à cordes pincées (guitare, harpe, clavecin), la corde est éloignée de sa position d'équilibre par un dispositif (plectre, ongle, doigt) puis laissée libre de vibrer sans aucun apport d'énergie. La corde va alors vibrer suivant une combinaison de ses différents modes.

C'est la déformée initiale de la corde qui définit la proportion dans laquelle les différents modes seront présents et, en conséquence, la proportion des différentes fréquences harmoniques présentes dans le son produit par l'instrument.

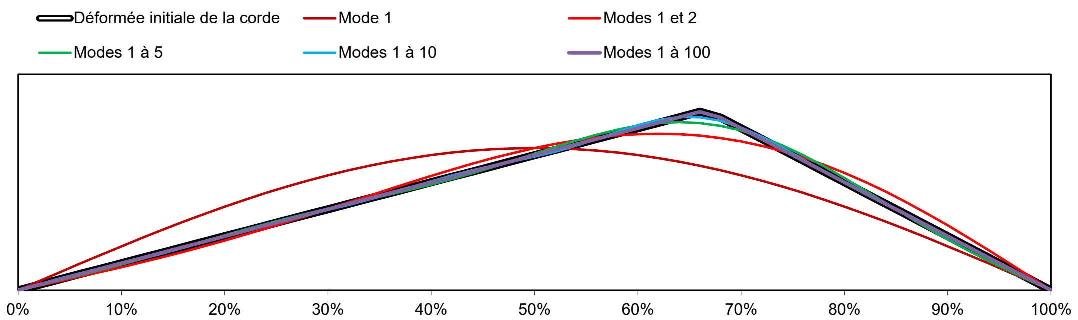
Nous avons vu (§7-XX) qu'un signal sonore (périodique) complexe pouvait être interprété comme la combinaison de différents sons purs. De la même manière, la déformée d'une corde peut s'analyser comme la combinaison des différents modes de vibration de cette corde. Nous voyons par exemple ci-dessous comment une déformation initiale (idéalisée) engendrée par un plectre tirant sur la corde à 80% de sa longueur, est progressivement approchée par un mode, deux modes, cinq modes, dix modes ou cent modes.

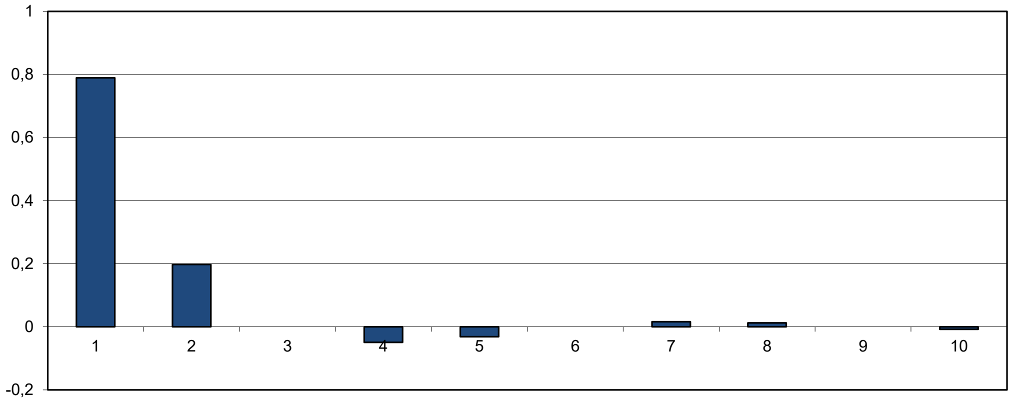


Le graphe suivant montre l'amplitude associée à chacun des modes ; c'est, à un facteur d'échelle près, le spectre du signal sonore produit par l'instrument.



On trouvera ci-dessous les mêmes diagrammes pour une déformation aux deux-tiers de la corde.





Les guitaristes ne seront pas surpris de voir que le timbre de l'instrument, notamment sa richesse harmonique, dépend de l'endroit ou la corde est pincée et de la manière dont elle pincée (gras du doigt, ongle, plectre).

∴

La corde vibrante ne produit, en elle-même, que très peu de son : sa section est trop faible pour mettre l'air en mouvement autour d'elle et engendrer des ondes sonores d'une intensité suffisante. Mais en vibrant, la corde exerce des efforts horizontaux et verticaux sur le sillet et le chevalet :

Ces forces mettent le corps de l'instrument en vibration et celui-ci, notamment la table d'harmonie, rayonne très efficacement. Notons que, le corps de l'instrument étant lui-même un système dynamique complexe, il imprime évidemment sa marque au son produit en renforçant ou atténuant certains harmoniques et en ajoutant au son produit ses propres fréquences de résonance qui contribuent au timbre de l'instrument.

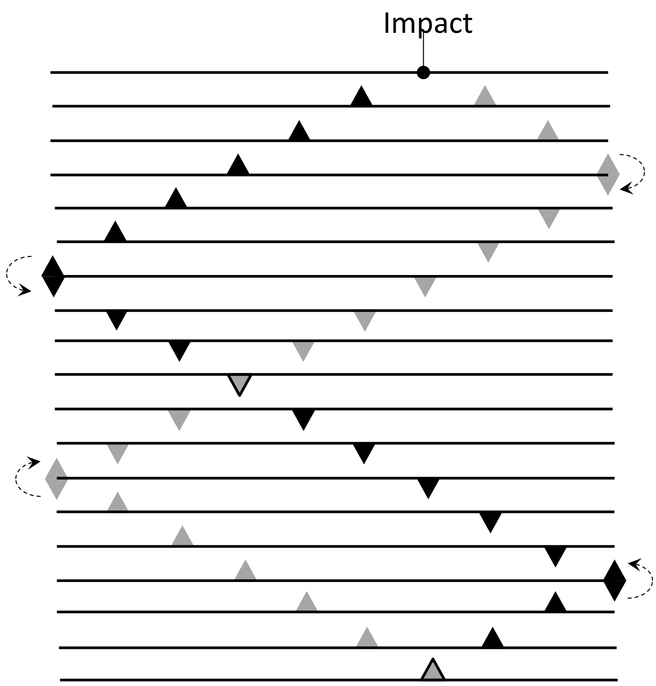
52. Instruments à cordes frappées

Dans un instrument à cordes frappées, comme le piano, un marteau engendre un impact en un point particulier de la corde ce qui excite ses différents modes de vibrations. La différence principale avec la guitare est précisément dans la déformée initiale qu'impose le doigt d'une part, le marteau de l'autre, et au contenu harmonique correspondant.

À une approche **modale** du phénomène (analyse de la déformée initiale comme superposition des différents modes de vibration), on peut opposer une approche **ondulatoire** en considérant que la déformée locale imposée par le marteau se déplace le long de la corde, dans les deux directions, à une vitesse :

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

puis qu'elle se réfléchit, avec retournement, aux extrémités fixes. On observe sur le schéma ci-dessous que la périodicté du phénomène correspond bien à un double aller-retour de la perturbation produite par le marteau :



Le rayonnement acoustique du piano ne se produit pas au niveau de la corde mais par la mise en vibration de la table d'harmonie.

53. Instruments à cordes frottées

Dans la guitare et le piano, la corde, une fois mise en branle, est laissée libre de vibrer et aucune énergie ne lui est plus apportée ; on parle des vibrations libres de la corde.

Dans le violon et les autres instruments à cordes frottées, un archet, ou un dispositif similaire, entretient la vibration de la corde (« vibrations entretenues ») et produit un mouvement très complexe qui porte le nom de son élucidateur : c'est le mouvement de Helmholtz. Voici, schématiquement, ce qui se passe :

1. La corde de violon adhère à la colophane dont est enduit le crin de l'archet. Elle se déplace en suivant le mouvement de l'archet.
2. Plus la corde s'éloigne de sa position d'équilibre, plus la force de rappel est importante. À un moment donné, cette force de rappel devient supérieure à la force de frottement corde-archet. La corde perd son adhérence et revient vers sa position d'équilibre qu'elle dépasse à cause de son inertie.
3. La force de rappel la ralentit progressivement et, lorsqu'elle s'arrête, l'adhérence avec l'archet se rétablit et un nouveau cycle commence.

On a donc, pour le point de contact archet-corde, l'alternance de deux phase de mouvements :

1. Stick (adhérence) : mouvement lent où la corde adhére à l'archet et se déplace dans le même sens que lui.
2. Slip (glissement) : mouvement rapide où la corde glisse par rapport à l'archet et se déplace dans le sens opposé au sien.

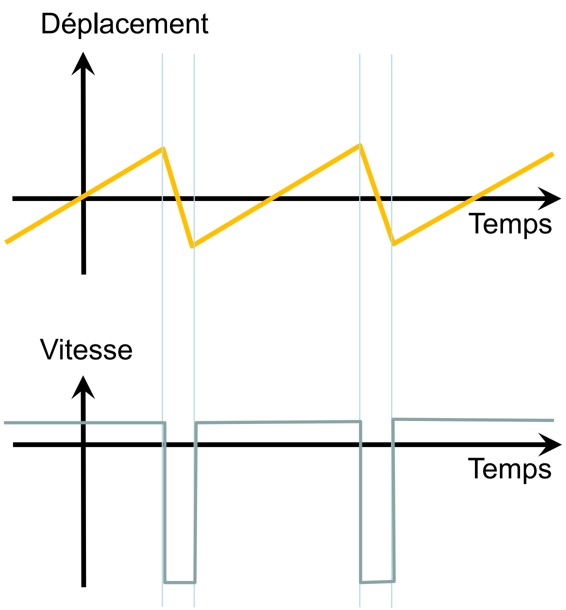


Figure 50 : Mouvement de Helmholtz - Déplacement de la corde sous l'archet (diagramme du gaut) et vitesse du point de contact corde-archet (diagramme du bas).

54. Instruments à percussion

TBD.

55. Amortissement et pertes

TBD

56. L'oreille

Les organes de l'audition, appelés globalement *l'oreille*, sont divisés en deux grands ensembles : l'oreille *périphérique* mettant en oeuvre des phénomènes de nature mécanique entrant dans le domaine de la physiologie générale et l'oreille *centrale* mettant en oeuvre des phénomènes de nature électro-chimique du ressort de la neurologie.L'oreille périphérique se décompose en trois parties :

- L'oreille *externe* qui comprend le *pavillon* et le *conduit auditif* fermé par le *tympan*.
- L'oreille *moyenne* comprise entre le tympan et la *fenêtre ovale*, ces deux membranes étant reliées entre elles par trois osselets (le *marteau*, l'*enclume* et *l'étrier*). L'oreille moyenne est reliée à la bouche par la *trompe d'Eustache*.
- L'oreille *interne* qui inclut la *cochlée* et l'*organe de l'équilibre* constitué des *canaux semi-circulaires*. Les oreilles moyenne et interne sont également reliées entre elles par une troisième membrane : la *fenêtre ronde*.

L'oreille externe et l'oreille moyenne constituent la partie *conductive* de l'appareil auditif dont la fonction est d'amener les sons jusqu'aux oreilles interne et centrale qui en constituent la partie *perceptive*.

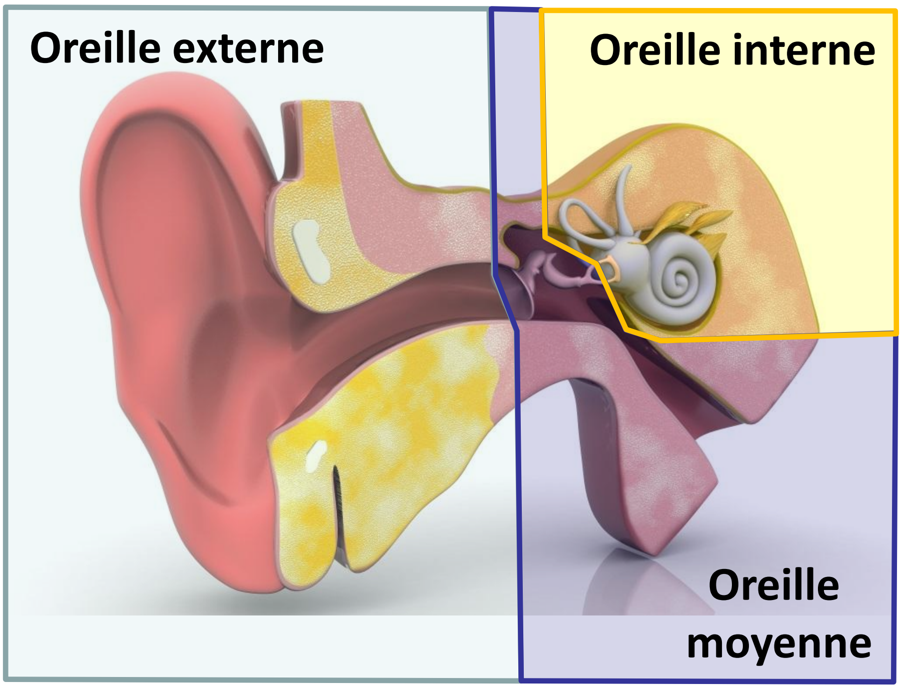


Figure 51 : Les trois parties de l'oreille

57. L'oreille externe

Le *pavillon* est la partie visible de l'oreille ; il est constitué de cartilage recouvert de peau. Chez de nombreux mammifères le pavillon est pourvu de son propre système musculaire qui permet une écoute directive. Chez l'homme, il joue au mieux un rôle de coupe-vent et n'a guère le rôle d'entonnoir qu'on lui attribue souvent. Le conduit auditif est un canal dont la section décroît au fur et à mesure qu'on se rapproche du tympan. Les parois du conduit sont d'abord cartilagineuses (partie externe) puis osseuses (partie interne).

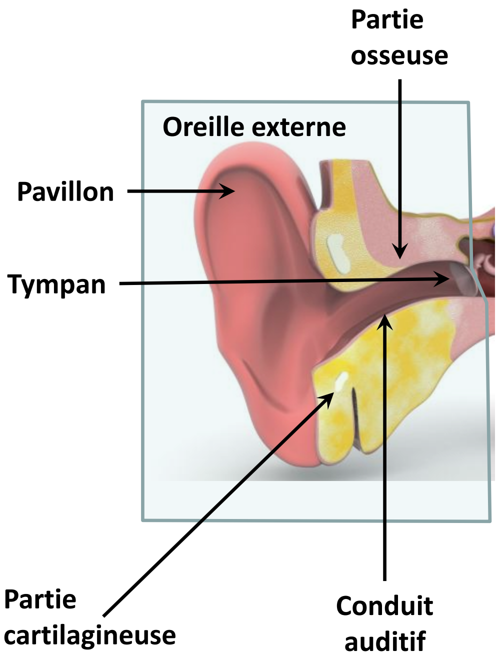


Figure 52 : L'oreille externe

La longueur du conduit est de l'ordre de 2.5 cm ; il réagit un peu comme une flûte de Pan et présente une résonance de type quart d'onde (§XX) à la fréquence :

$$f_{res} = \frac{340}{4 \times 0,025} = 3.400\ Hz$$

Cette résonance explique le pic de sensibilité de l'oreille humaine à cette fréquence (§xx).

58. L’oreille moyenne

L'oreille moyenne est une cavité remplie d'air communiquant avec le *naso-pharynx* par la trompe d'Eustache. Un premier osselet, le marteau ou *malleus* est fusionné d'un côté avec le tympan et vient s'articuler de l'autre à l'enclume ou *incus*. L'enclume est elle-même connectée par un tendon à l'étrier ou *stapes* qui vient très exactement se fixer sur la fenêtre ovale. Un muscle (le tenseur du tympan) *précontraint* la membrane et assure la rigidité de la chaîne des osselets. L'étrier est également fixé au crâne par un muscle qui lui est propre. Ces trois osselets sont les plus petits os du corps humain.

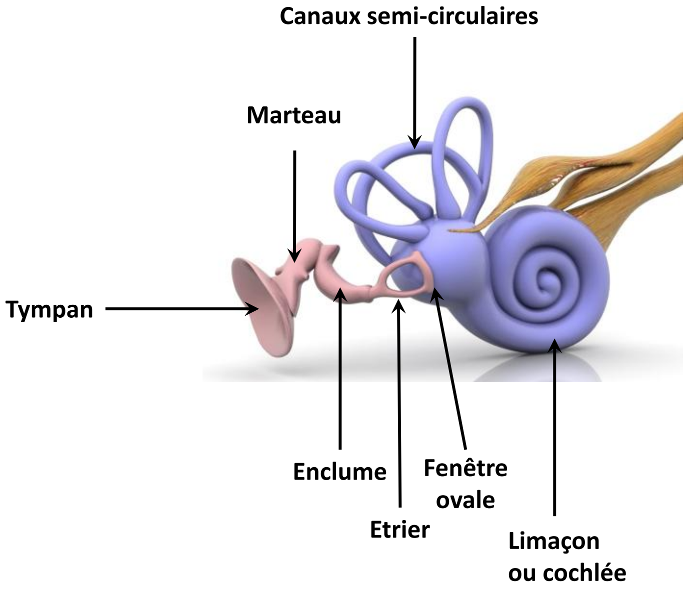


Figure 53 : L’oreille moyenne (chaîne des osselets- et sa connexion à l’oreille interne (cochlée et canux semi-circulaires).

∴

La chaîne des osselets assure une *adaptation d'impédance* entre l'air de l'oreille externe et le milieu aqueux (périlymphe) occupant l'oreille interne. Sans ce délicat mécanisme, une part importante de l'énergie pénétrant dans le conduit auditif externe serait réfléchie à l'interface entre les deux milieux. Cette adaptation d'impédance est le résultat de deux effets :

- le rapport des surfaces entre le tympan et la fenêtre ovale est de l'ordre de 20 ; la pression exercée par la fenêtre ronde est donc également vingt fois plus intense que celle captée par le tympan ;
- l'articulation des trois osselets est telle que le déplacement de la base de l'étrier est légèrement supérieur à celui du marteau ce qui produit une amplification complémentaire (facteur 1,3) de la force appliquée à la fenêtre ovale.
- Ensemble ces deux effets compensent presque parfaitement (+28dB) la perte correspondant à la différence de milieu (-29 dB).

Les muscles qui rigidifient la chaîne des osselets sont des éléments *actifs* qui modifient la fonction de transfert de ce système articulé déformable. Confronté à des niveaux sonores élevés le système peut, dans une certaine mesure, réduire la transmission du son à l'oreille interne. Inversement on peut *tendre l'oreille* afin de maximiser le transfert et entendre des sons très ténus.

∴

Les oreilles externe et moyenne ne traitent pas toutes les fréquences de la même manière et constituent ainsi, conjointement, un filtre qui modifie le signal.

59. Un miracle évolutif : la chaîne des osselets

TBD

60. L'oreille interne

L'oreille interne est constituée de deux éléments principaux : les canaux semi-circulaires que nous ne considèrerons pas[23] et le *limaçon* creusé dans l'os du rocher. L'oreille interne est remplie d'un liquide aqueux, la *périlymphe*. La cavité du limaçon est divisée en deux rampes : la rampe supérieure ou *rampe vestibulaire* connectée à la fenêtre ovale et la rampe inférieure ou *rampe tympanique* connectée à la fenêtre ronde. Les deux parties communiquent à l'extrémité opposée par une petite ouverture : *l'hélicotrème*.

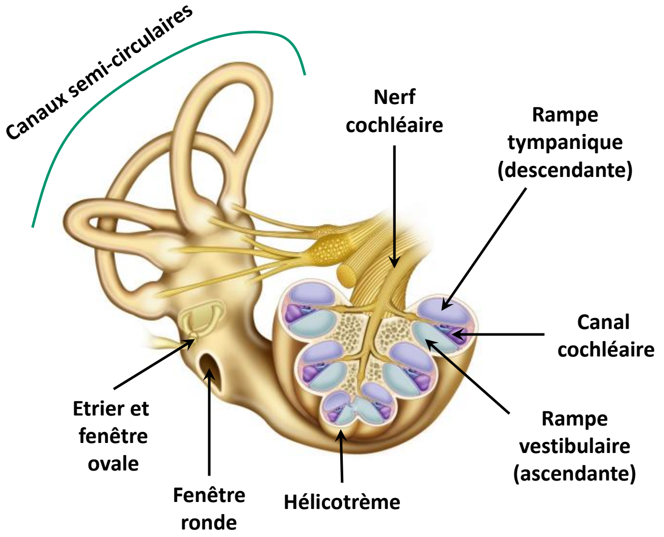


Figure 54 : L'oreille interne

L'onde de pression engendrée dans l'oreille interne par le micro-mouvement de l'étrier agissant sur la fenêtre ovale voyage donc dans la rampe vestibulaire puis, passant par l'hélicotrème, dans la rampe tympanique avant de heurter la fenêtre ronde.

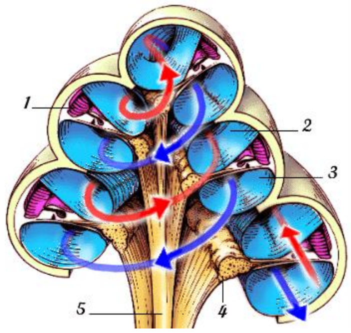


Figure 55 : Mouvement ascendant puis descendant des ondes sonores dans la cavité cochléaire.

Le *canal cochléaire* est une cavité séparée du reste de l'oreille interne par deux membranes : la membrane de *Reissner* côté supérieur et la membrane *basilaire* côté inférieur. Elle se situe donc entre les rampes vestibulaire et tympanique. Le canal cochléaire est rempli d'*endolymphe*, un liquide légèrement plus dense et de composition ionique différente que la périlymphe.

[23] Bien qu'ils jouent également un rôle dans l'audition, principalement pour les sons de très basse fréquence.

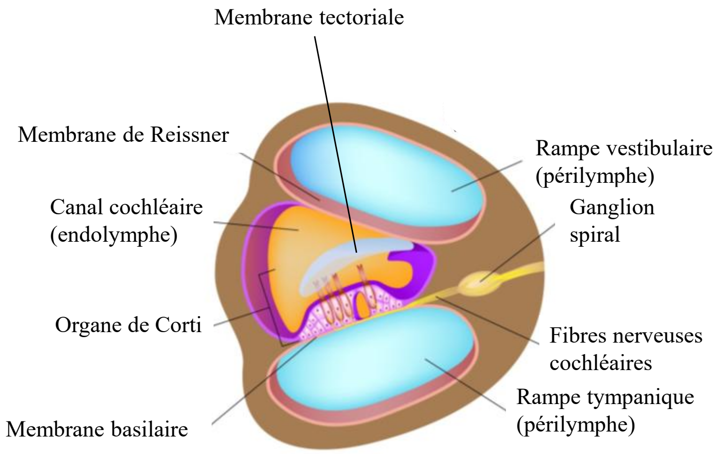


Figure 56 : Coupe dans le cochlée.

L'*organe de Corti* est fixé à la membrane basilaire sur toute sa longueur ; il convertit le signal mécanique (pression dans la lymphe) en un signal électro-chimique qui sera porté au cerveau par le nerf auditif. L'organe de Corti comporte des cellules ciliées protégées par la *membrane tectoriale*. La membrane tectoriale se déplace sous l'effet de la pression engendrée par les ondes transmises au travers de la membrane de Reissner et la base des cellules ciliées se déplace avec la membrane basilaire en fonction de la pression que celle-ci subit. Les cils subissent donc des mouvements de flexion sous l'action conjointe de ces deux déplacements ; ces déformations induisent des décharges électriques communiquées au nerf auditif.

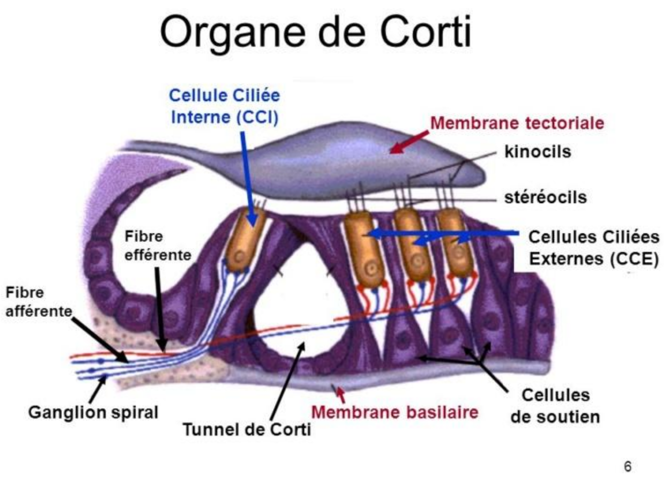


Figure 57 : Organe de Corti.

61. Tonotopie

L'oreille interne est un système vibro-acoustique complexe constitué de deux cavités remplies de fluides différents et connectées entre elles par deux membranes aux propriétés élastiques différentes. L'ensemble possède une propriété remarquable qui est à l'origine de notre capacité à distinguer avec précision le contenu spectral des sons : la *tonotopie*. On observe en effet qu'un son de fréquence donnée engendre un déplacement maximal en une zone bien déterminée de la membrane basilaire. C'est donc un groupe de cellules donné qui, dans l'organe de Corti, réagit de manière maximale à un son de hauteur donnée. L'information *fréquence* est convertie par ce système en information *localisation du maximum d'activité électro-chimique* et transmise au cerveau par le nerf auditif.

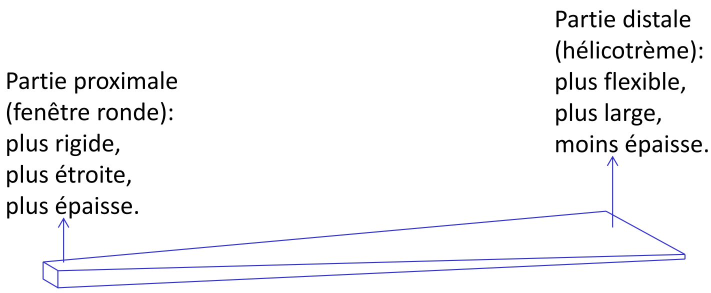


Figure 58 : Forme déroulée de la cochlée.

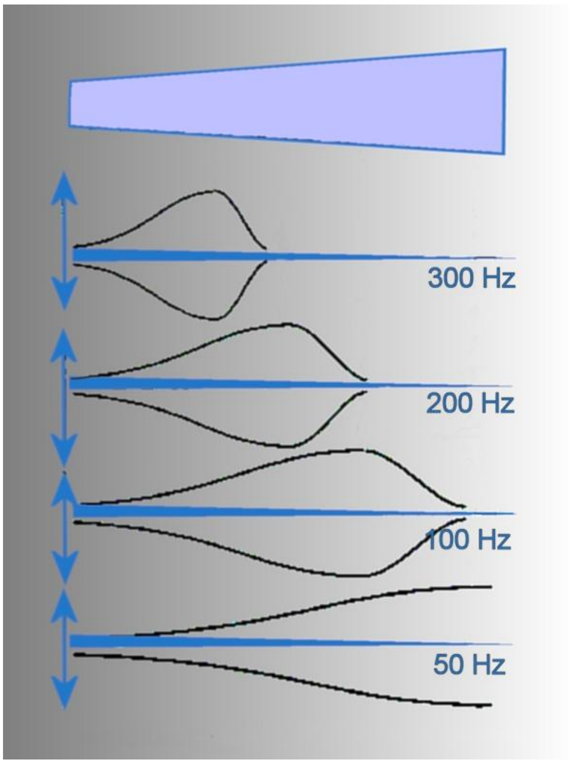


Figure 59 : Variation de l'amplitude des vibrations de la cochlée le long de son axe pour différentes fréquences du son. Ellywa © Wikimedia Commons.

L'organisation tonotopique permet d'expliquer certains traits généraux des pathologies de l'audition, notamment chez les musiciens :

- La perte d'acuité auditive est le plus souvent liée à la perte d'élasticité de certains cils des cellules ciliées de l'organe de Corti. Cette perte d'élasticité est liée soit à une stimulation trop souvent répétée d'un groupe de cils donnés, soit à une stimulation trop intense desdits cils.

- Un groupe de cils donnés étant liés, du fait de l'organisation tonotopique de la membrane basilaire, à une fréquence donnée, la perte d'acuité est rarement générale mais est le plus souvent centrée sur une fréquence donnée.
- La perte d'acuité liée au vieillissement se présente dans la gamme des sons aigus qui est captée par la partie proximale de la membrane basilaire ; c'est en effet elle qui est la plus sollicitée puisque la plus proche de la fenêtre ronde.

62. Transduction mécano-électrique

TBD. http ://www.cochlea.eu/cellules-ciliees

63. Le cerveau auditif

La remontée du signal sonore des cellules de Corti vers le cortex auditif, partie du cerveau située dans la partie supérieure du lobe temporal, se produit suivant deux voies. La voie primaire, dédiée à la fonction auditive, et des voies non-primaires communes à tous les stimuli sensoriels.

La perception du son se déroule à différents niveaux de la chaîne qui le conduit des organes de Corti au cortex auditif. Ainsi, par exemple, le réflexe stapédien, qui réduit la sensibilité de l'oreille à des sons de trop grande intensité en rigidifiant la chaîne des osselets grâce à la contraction de deux muscles, est contrôlée très en amont du cortex auditif par le noyau cochléaire.

Les émotions générées par la musique activent des zones du vermis cérébelleux (partie médiane du cervelet) et des amygdales (noyaux du cortex temporal impliqué dans la reconnaissance et l'évaluation de la portée émotionnelle des stimuli sensoriels).

La perception du son musical fait également largement appel au centre de la mémoire (hippocampe) ; c'est en effet, en partie du moins, par rapprochement entre la musique qu'on écoute et celle que nous avons en mémoire que naît le plaisir musical, que celui-ci résulte de la répétition de motifs connus et de la satisfaction de nos attentes intuitives, ou qu'il résulte au contraire de la découverte de nouvelles formes et de l'effet de surprise engendré lorsque le compositeur se plaît à trahir nos attentes par une modulation ou un changement de timbre inattendu.

Il semble évident que notre capacité à percevoir et apprécier la musique fasse appel, tout au long de la vie, à la plasticité neuronale, c'est-à-dire à la capacité des réseaux de neurones de notre cortex à se réorganiser de manière continue : nous sommes le fruit de la musique que nous écoutons et nous n'écoutons, en un sens, jamais deux fois le même morceau car notre cerveau est, à chaque écoute, légèrement différent.

64. L’oreille absolue

TBD.

65. Pathologies de l'audition chez les musiciens

TBD.

66. Acouphènes

TBD.

67. L'échelle des décibels

Le volume d'un son est déterminé par l'amplitude de la fluctuation de la pression associée. On a vu (§XX) que cette fluctuation est petite par rapport à la pression atmosphérique et varie de quelques millionièmes de Pascal à quelques dizaines de Pascal. Pour être plus précis, et pour des raisons qui dépasse le cadre de cet ouvrage, on associe le volume sonore à la *pression acoustique quadratique moyenne* ou *pression efficace* qui est égale à l'amplitude du signal de pression acoustique divisée par la racine carrée de 2 :

$$p_{ac,eff} = \frac{p_{ac}}{\sqrt{2}}$$

Cette pression efficace varie :

- du seuil d'audibilité qui, pour l'être humain, se situe aux alentours de 20 millionièmes de Pascal ($20 \cdot 10^{-6}$ Pa ou $2 \cdot 10^{-5}$ Pa ou encore 0.00002 Pa) ;
- au seuil de la douleur qu'on situe vers 100 Pascals.

Notons que :

- aucun mécanisme physique n'interdit à la pression acoustique efficace d'avoir une amplitude inférieure à $2 \cdot 10^{-5}$ Pa mais notre oreille ne percevrait pas des fluctuations aussi ténues ;
- la pression acoustique efficace peut être supérieure à 100 Pa mais elle aurait des effets destructeurs sur notre appareil auditif ;
- la pression acoustique efficace ne peut toutefois être supérieure à la presison atmosphérique (101.325 Pa) car ceci induirait une pression totale négative en cours de cycle ce qui est possible dans les solides et les liquides mais pas dans les gaz.

L'intervalle de variation de la pression acoustique est donc considérable et couvre sept ordres de grandeurs (il y a un rapport 10.000.000 = 10^7 entre la valeur la plus grande et la plus petite que nous considérions). Pour des raisons pratiques, mais aussi pour des raisons psycho-physiologiques (§XX), le *niveau sonore* est défini par une grandeur dérivée de la pression efficace et se mesurant en décibels. Le mode de calcul du niveau sonore en décibel se construit de la manière suivante :

1. la sensation de niveau est liée à la pression efficace :
$$\frac{p_{ac}}{\sqrt{2}}$$
2. mais l'intensité sonore, une grandeur énergétique associée au champ sonore que nous n'avons pas encore rencontrée et que nous ne détaillerons pas, est proportionnelle au carré de la pression efficace :
$$\frac{p_{ac}^2}{2}$$
3. on choisit le seuil d'audibilité comme une valeur de référence à laquelle on rapporte la pression acoustique ($p_{ref} = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa) :
$$\frac{p_{ac}^2}{2 \cdot p_{ref}^2}$$
4. On prend le logarithme décimal de cette grandeur pour obtenir une valeur en Bels :
$$\log \frac{p_{ac}^2}{2 \cdot p_{ref}^2}$$
5. On la multiplie par dix pour obtenir une valeur en décibels :
$$L_p(dB) = 10 \log \frac{p_{ac}^2}{2 \cdot p_{ref}^2}$$

Avec cette définition, le niveau sonore est nul (0 dB) pour un signal qui atteint tout juste le seuil d'audibilité, il est de 134 dB pour un signal caractérisé par une pression efficace de 100 Pascals.

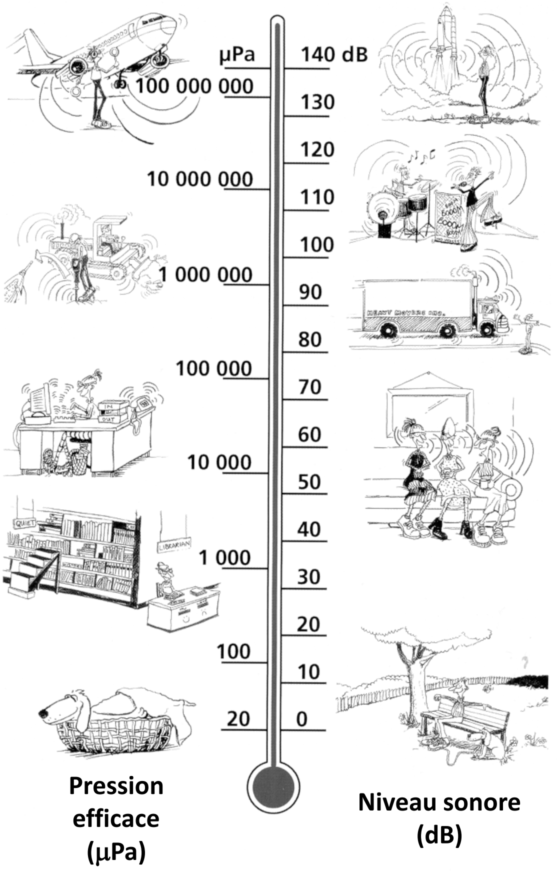


Figure 60 : Pression efficace en µPa (millionième de Pascal, échelle de droite) et niveau sonore en dB (échelle de gauche). Différents environnements types sont représentés au droit de leur niveau sonore associé. © Bruël & Kjaer.

∴

La conséquence pratique de l'utilisation d'une échelle logarithmique pour les niveaux sonores est qu'une suite de sons dont l'amplitude de pression acoustique forme une suite géométrique, alors les niveaux sonores correspondants forment une suite arithmétique. **Multiplier** la pression acoustique par un certain facteur **ajoute** une contribution constante au niveau sonore.

Quelques exemples :

- doubler l'intensité (le carré de la pression) augmente le niveau de 3 décibels ;
- doubler la pression augmente le niveau de 6 décibels ;
- décupler l'intensité (le carré de la pression) augmente le niveau de 10 décibels ;
- décupler la pression augmente le niveau de 20 décibels.

68. Les pères de la psychophysique

L'usage d'une échelle logarithmique se justifie, au moins partiellement, par une série d'observations réalisées aux XIX^{e} siècle par Ernst Heinrich Weber (1795-1878) et Gustav Fechner (1801-1887), les fondateurs de la psycho-physique.

∴

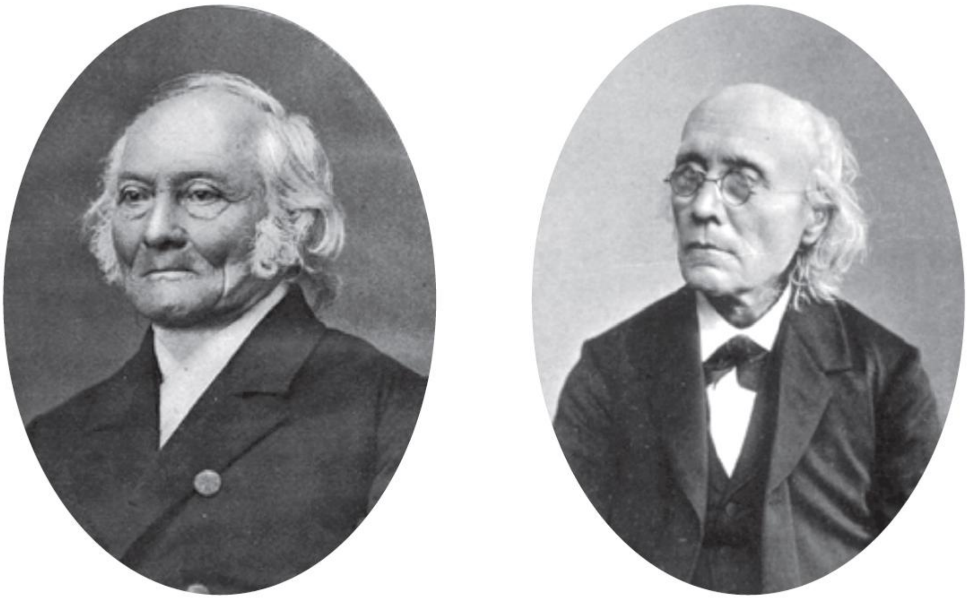


Figure 61 : Ernst Heinrich Weber et Gustav Fechner.

Weber s'intéresse, de manière générale, à la perception des stimulus physiques par l'être humain. Dans une de ses expériences fameuses, il remet deux masses à un sujet et lui demande si leurs poids sont identiques. Si les poids sont trop proches, la différence est indiscernables ; il existe donc une différence de poids minimum qui rend la différence perceptible, c'est le *seuil différentiel*. Weber observe que le seuil différentiel est proportionnel au poids de référence des deux masses et s'exprime comme un pourcentage de celui-ci. Ainsi (chiffres fictifs) si le seuil différentiel est de 3%, alors :

- la plus petite masse discernable d'une masse de 1 kg est une masse de 1.030 grammes ;
- la plus petite masse discernable d'une masse de 100 g est une masse de 103 g.

Le fait que notre perception de la variation Δx d'une quantité x se mesure par le rapport $\Delta x/x$ ne devrait pas nous surprendre. Deux exemples :

- Une rentrée d'argent d'un million d'euros représente un changement radical pour un individu normal mais ne change pas la donne pour une multinationale dont le chiffre d'affaires se chiffre en milliards.
- Un genou écorché est une douleur insupportable pour un petit enfant qui n'a jamais été confronté à la douleur ; une légère migraine est insignifiante pour une personne qui souffre par ailleurs d'une grave blessure.

∴

Pour mesurer une grandeur X, on compte le nombre de fois que l'unité rentre dans X. On construit en quelque sorte un escalier dont les marches ont une hauteur unitaire et on considère que la grandeur X a comme valeur le nombre de marches. S'il y a N marches, on écrit :

$$X = \sum_{i=1}^{N} 1 = N$$

Fechner va faire l'hypothèse que, pour obtenir une mesure de l'effet psychologique L_X d'un stimulus X, ce n'est pas la hauteur des marches qu'on doit compter mais le seuil différentiel que chacune d'elle permet de franchir. La première marche aura alors une contribution 1 à notre perception, la seconde, qui nous fait passer de 1 à 2 aura une contribution 1/2, la troisième, qui nous fait passer de 2 à 3 aura une contribution 1/3. On écrit :

$$L = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{i}$$

On peut montrer que L est approximativement égal au logarithme naturel de N. Ceci conduit Fechner à proposer que le niveau perceptif L_X associé à une grandeur physique X soit mesuré par le **logarithme** de X.

∴

Précisions mathématiques ... pour les passionnés ...

La mesure de L telle que nous l'avons introduite :

$$L = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{i}$$

est égale au N-ième nombre harmonique :

$$H_N = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{N}$$

Pour N grand, ce nombre est très proche de

$$H_N \sim \ln N + \gamma$$

où γ est la constante d'Euler-Mascheroni (γ=0.577). Si la hauteur des marches (les seuils différentiels de Weber) était infinitésimale, on aurait plus directement :

$$L = \int_0^N \frac{dX}{X} = \ln X$$

Le passage des logarithmes naturels (ln) aux logarithmes décimaux (log) est conventionnelle.

69. Combinaison de niveaux

Les niveaux sonores exprimés en décibels suivent une arithmétique très particulière qui fait appel à un graphe qu'expliquent les figures suivantes.

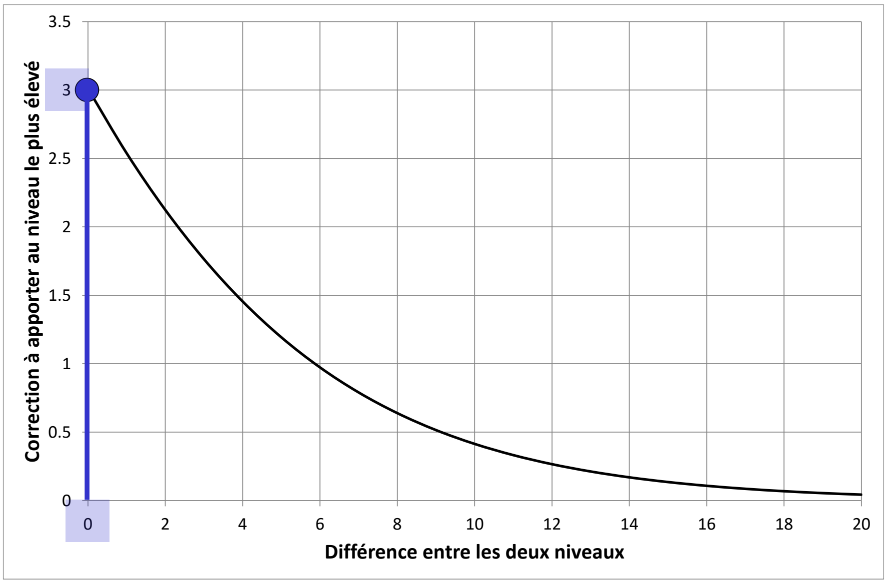


Figure 62 : Pour trouver le niveau sonore résultant de l'addition de deux sources de 90 dB il faut (1) calculer la différence des deux niveaux (90-90=0) puis (2) relever la valeur correspondante sur le graphe (la valeur correspondant à une différence de 0 dB est de 3 dB) et enfin (3) ajouter cette valeur au plus grand des deux niveaux (ici les deux niveaux sont identiques donc « le plus grand » est 90 dB). Le niveau résultant est de 90 + 3 = 93 dB.

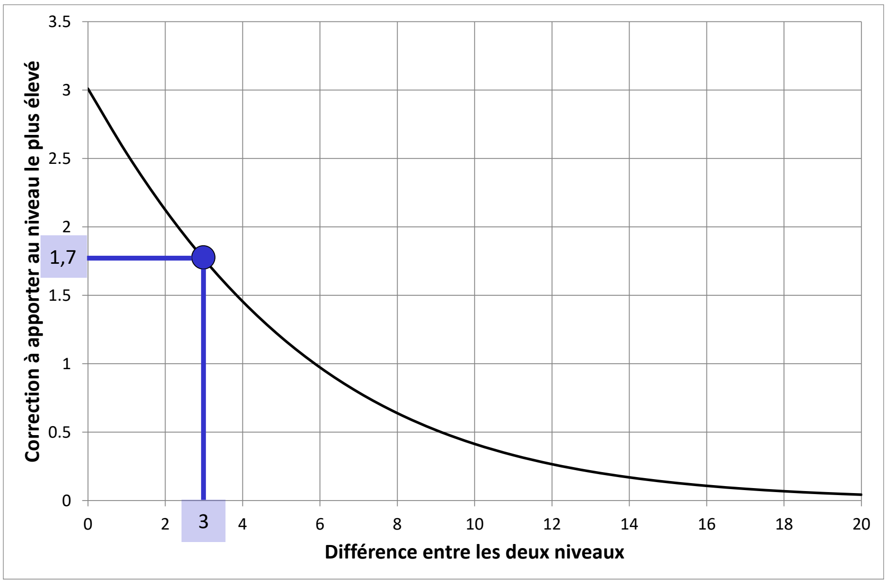


Figure 63 : Pour trouver le niveau sonore résultant de l'addition de deux sources, l'une de 87 dB et l'autre de 90 dB il faut (1) calculer la différence des deux niveaux (90-87=3) puis (2) relever la valeur correspondante sur le graphe (la valeur correspondant à une différence de 3 dB est de 1,7 dB) et enfin (3) ajouter cette valeur au plus grand des deux niveaux (90 dB). Le niveau résultant est de 90 + 1,7 = 91,7 dB.

Quelques résultats de combinaison de niveaux pour vous entraîner :

- 80 et 88 donnent 88,6 dB ;
- 80 et 90 donnent 90,4 dB ;
- 70 et 68 donnent 72,1 dB ;

- Pour trois sources (disons 70, 75 et 80 dB) il faut procéder en deux temps :
  - 70 et 75 font 76,2 dB ;
  - 76,2 et 80 font 81,5 dB.

Le dernier graphe peut être utile pour évaluer le niveau émis par un grand orchestre lors d'un tutti. Admettons que chaque instrumentiste produit alors un niveau individuel de 70 dB. Le graphe donne le niveau sonore total en fonction du nombre d'instrumentistes.

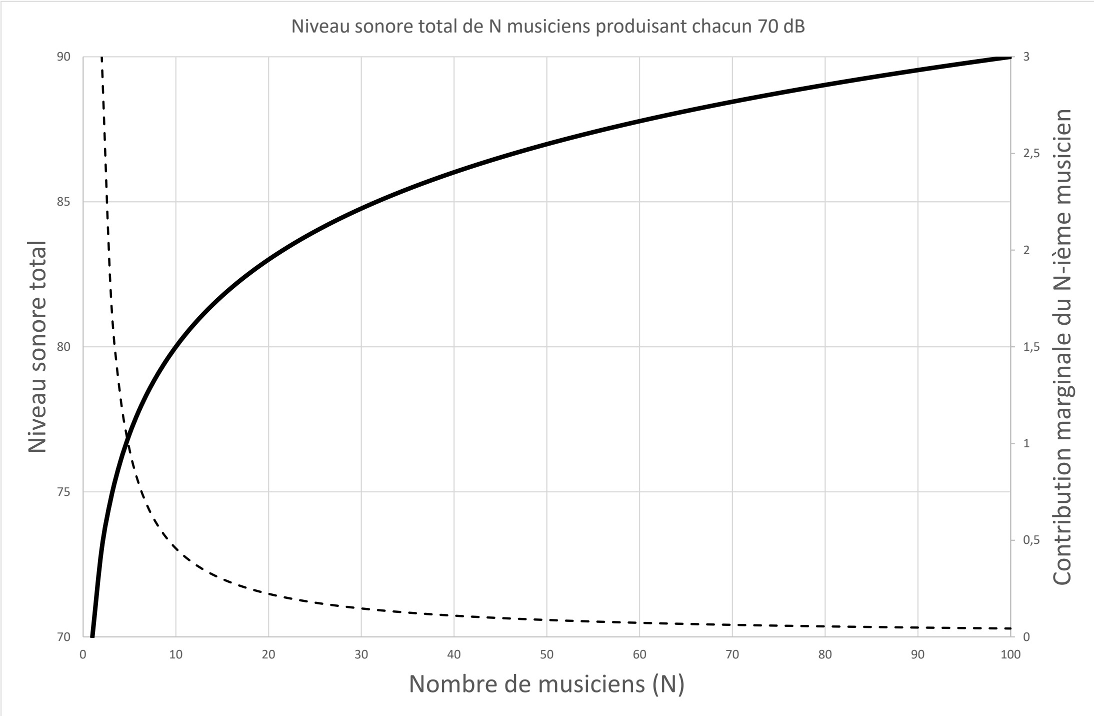


Figure 64 : Niveau sonore de N musiciens jouant ensemble si le niveau individuel de chaque musicien est de 70 dB (courbe en traits pleins). La courbe en traits pointillés donne la contribution marginale du N-ième musicien au niveau total ; la contribution du centième musicien n'est que 0,04 dB.

70. Fletcher, Munson et l'échelle dB(A)

L'oreille n'est pas également sensible à toutes les fréquences. Fletcher et Munson ont inauguré, en 1933, une série d'expériencesvisant à quantifier cette dépendance fréquentielle de l'acuité auditive. Elles consistent à faire entendre un son de référence (fréquence 1.000 Hz, niveau L) à un auditeur puis de lui faire entendre un son à une autre fréquence en lui demandant de règler le volume afin que ce nouveau son soit au même niveau *apparent* que le son original. Répétée sur de nombreux individus, pour toutes les fréquences du spectre audible et pour différents niveaux de référence, l'expérience aboutit à des *courbes d'égal niveau perceptif* (*loudness* en anglais) graduées en phones.

Les principales caractéristiques de ces courbes sont :

- une faible sensibilité de l'oreille à basse et haute fréquences ;
- un maximum de sensibilité vers 3.500 Hz qui correspond à la résonance quart d'onde du canal de l'oreille (voir §XX) ;
- un aplatissement de la courbe d'égal niveau perceptif avec le niveau de référence ;
- une référence à 1~000~Hz : le niveau sonore en dB et le \emph{loudness} en phones coïncident à cette fréquence.

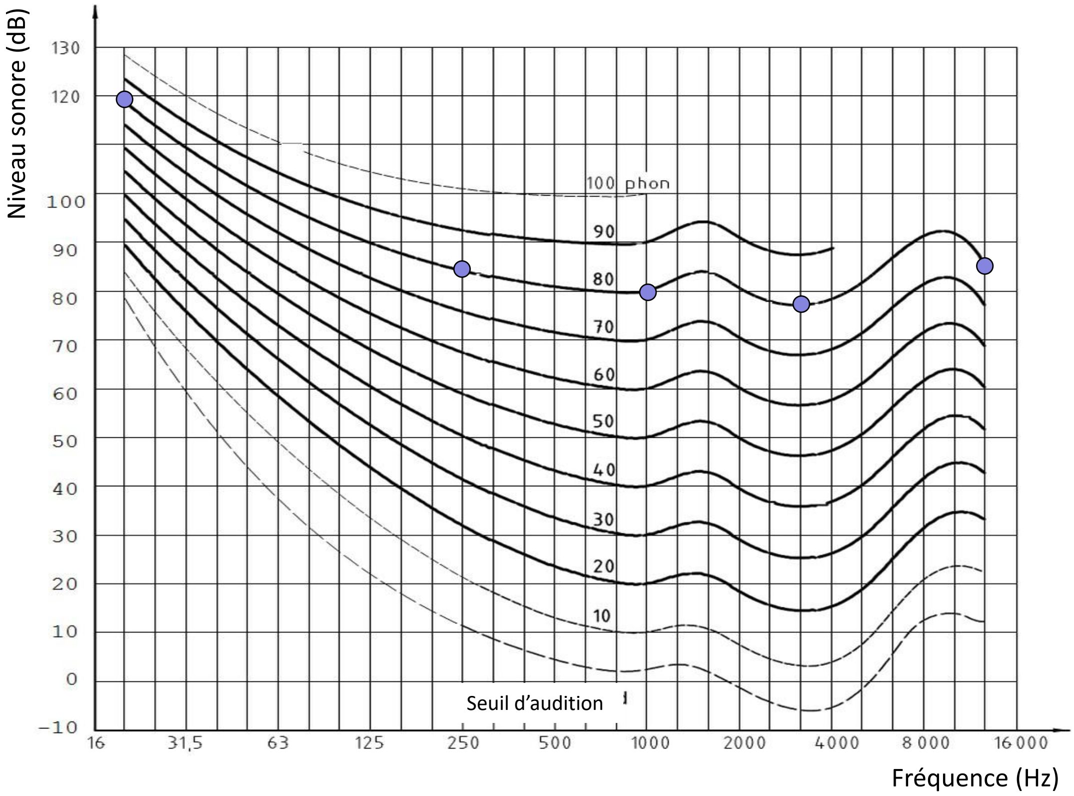


Figure 65 : Courves normalisées d'égal niveau perceptif. Tous les points appartenant à une même courbe ont un même niveau sonore apparent. Ainsi les points marqués en bleu dont les niveaux objectifs sont respectivement 120 dB à 20 Hz, 85 dB à 250 Hz, 80 dB à 1.000 Hz, 78 dB à 3.000 Hz et 85 dB à 12.700 Hz sont caractérisés par le même niveau subjectif de 80 phones.

∴

En matière environnementale, pour évaluer la nuisance associée au bruit, on utilise une échelle des décibels modifiée pour intégrer la sensibilité différentielle de l'oreille humaine aux sons de différentes fréquences. Les différentes composantes du spectre sonore en « décibels objectifs » sont converties en « phones subjectifs[24] » avant d'être globalisées en un niveau global exprimés en « décibels A ou dB(A)[25] ».

⇒ Vous pouvez prendre consceince de votre propre sensibilité différentielle aux différentes fréquences avec ce test en ligne de l'Université de Nouvelle Galles du Sud (en anglais).

[24] L'utilisation du mot « subjectif » est parfois perçu comme péjoratif. Ce n'est pas le cas ici. Le niveau objectif est celui mesuré par des instruments physiques. Le niveau subjectif est tel qu'il est perçu par un sujet ou plutôt par un sujet idéalisé résultant de la moyennation de mesures psycho-physiques prises sur un grand nombre de sujets.

[25] Comme la sensibilité de l'oreille dépend du niveau sonore lui-même, il existe également des échelles en dB(B), dB(C), etc. qui sont adaptés à des niveaux plus élevés. C'est pourtant, à tort ou à raison, le niveau en dB(A) qui est le plus généralement utilisé en acoustique environnementale.

71. Hauteur tonale, fréquence et méls

TBD.

72. Les voies respiratoires supérieures

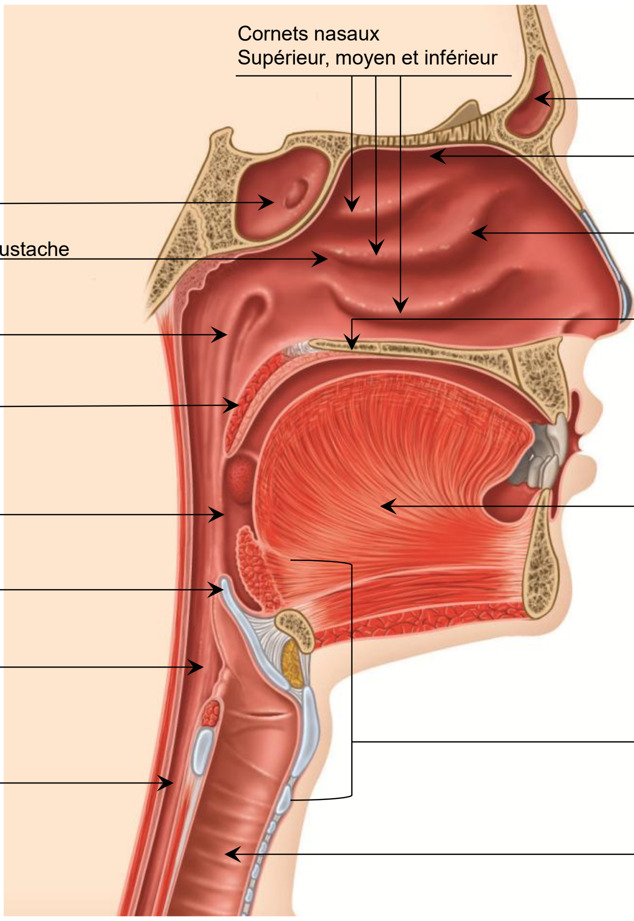


Figure 66 : Voies respiratoires et digestives supérieures.

Lors de l'inspiration par le nez, l'air pénètre par les narines dans les fosses nasales, rencontre les cornets nasaux qui en freinent l'écoulement et qui le dirigent vers l'épithélium olfactif, une zone de la muqueuse supérieure de la fosse nasale où se concentrent les capteurs de notre appareil olfactif. Il atteint ensuite le rhinopharynx, descend dans l'oropharynx et pénètre dans les poumons pas la trachée.

Lors de l'inspiration par la bouche, l'air atteint directement l'oropharynx et pénètre dans les poumons pas la trachée. L'expiration suit les voies inverses.

Lors de la déglutition, la langue ferme la cavité buccale et éjecte le bol alimentaire vers l'oropharynx, le voile du palais ferme la cavité nasale, l'épiglotte ferme la trachée et le sphincter œsophagien s'ouvre. Le mauvais fonctionnement de ce système complexe entraîne les fausse-routes : on « avale de travers ».

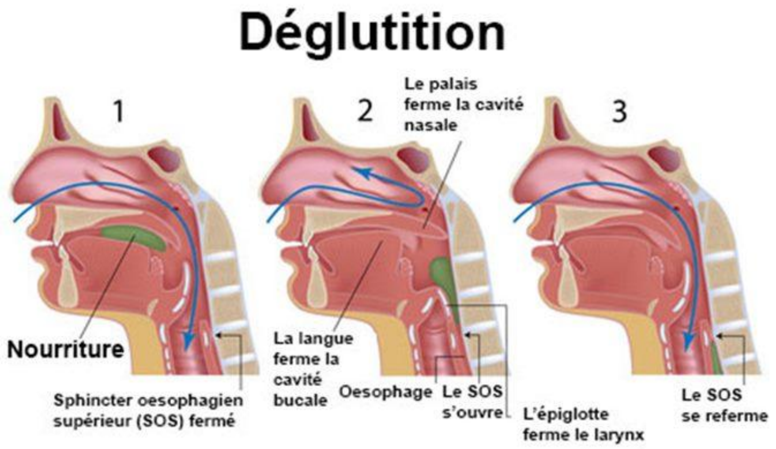


Figure 67 : Fermeture des voies respiratoires pendant la déglutition.

∴

L'organe central de notre appareil phonatoire est le larynx. Il est composé de quatre cartilages et d'un os. De bas en haut, nous trouvons :

- le cartilage *cricoïde* qui forme un anneau fermé attaché à la trachée ;
- les deux cartilages *aryténoïdes* mobiles présentant chacun à leur apex un perit cartilage indépendant, les cartilages *corniculés* ;
- le cartilage *thyroïde* qui se situe au dessus et en avant du *cricoïde* et dont la saillie frontale forme la pomme d'Adam ;
- l'os *hyoïde*, en forme de fer à cheval, forme la partie supérieure du larynx ; la base de la langue et certains muscles du voile du palais y sont attachés.

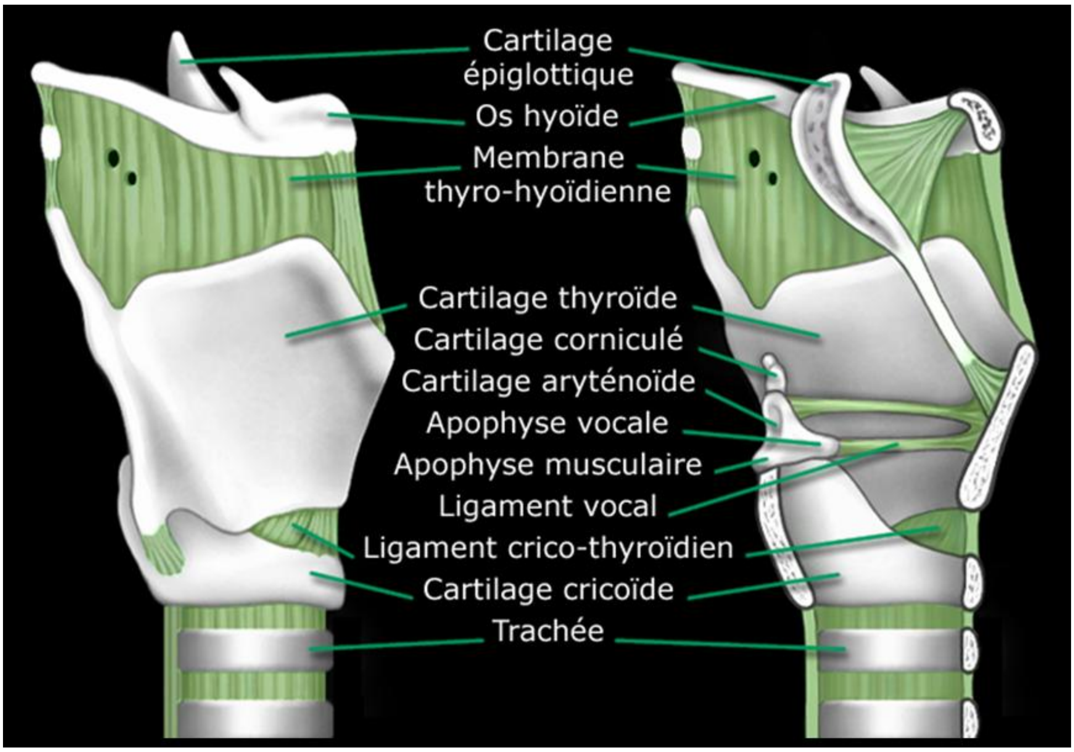


Figure 68 : Vue latérale et en coupe sagittale des cartilages et ligaments laryngés.

Les *plis vocaux*, dont l'appelation historique de *cordes vocales* demeure mais est un peu trompeuse, sont constitués de replis de la muqueuse du larynx. Ils sont attachés au cartilage thyroïde d'une part et à l'*apophyse vocale* de chacun des cartilages aryténoïdes.

L'ouverture entre les plis vocaux s'appelle la glotte. Le mouvement des cartilages *aryténoïdes*, agissant sur les plis vocaux, permet son ouverture (respiration) ou sa fermeture (parole, chant, déglutition). En pivotant, le cartilage tyroïde induit une tension dans les plis vocaux, modifiant ainsi leur rigidité.

⇒ Vidéo expliquant l'anatomie du larynx et le fonctionnement des cordes vocales.

⇒ Vidéo expliquant le mécanisme de la déglutition.

Figure 69 : Glotte ouverte (gauche) ou fermée (droite).

73. Phonation

Lorsqu'on inspire ou expire, les plis vocaux sont ouverts pour laisser libre l'entrée, ou la sortie, de la trachée. Lorsqu'on parle, les plis vocaux se referment et le flux d'air sortant des poumons ne peut pas passer. La pression augmente donc jusqu'à forcer l'ouverture des plis qui laissent passer un petit *puff* d'air. Celui-ci suffit à faire baisser la pression, les plis vocaux se resserrent et le cycle recommence. Son rythme est contrôlé par la tension des plis vocaux créée par le déplacement du cartilage thyroïde.

La vibration des plis vocaux est complexe et rappelle celles des lèvres du joueur de cuivre. Chaque point des plis suit une trajectoire elliptique au cours de sa vibration ce qui est caractéristique de ce que l'on appelle les *ondes de Rayleigh*. On constate l'existence de deux ondes glottiques successives.

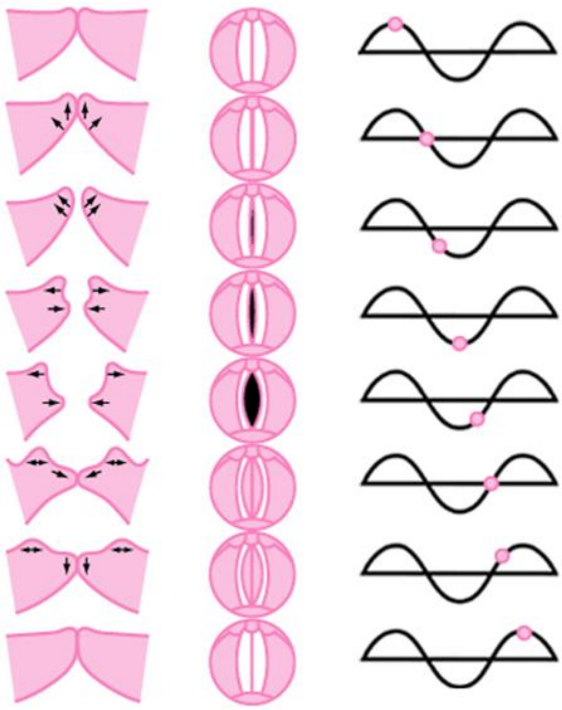


Figure 70 : Schéma de vibration cordale en stroboscopie selon Schönharl.

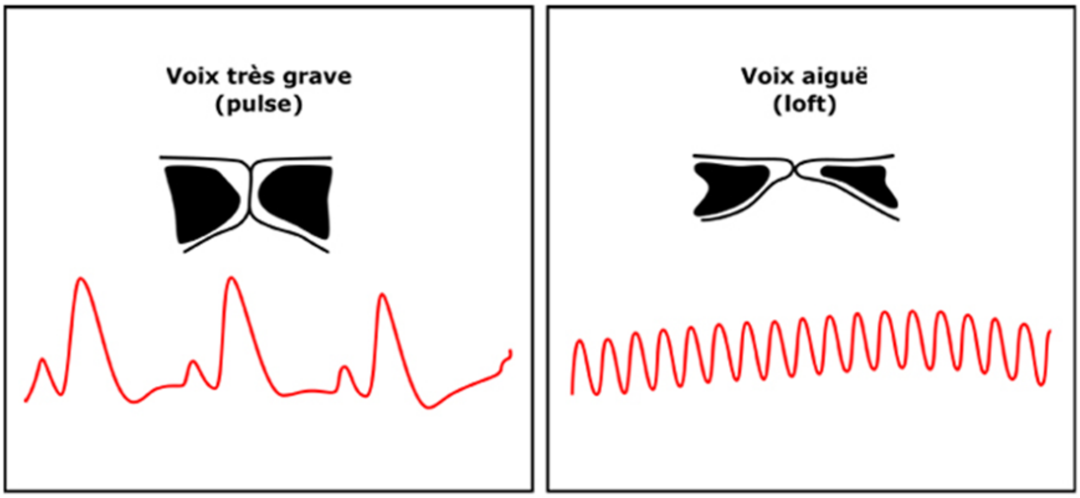


Figure 71 : Caractéristique vibratoire en fonction de la tension cordale.

⇒ Vidéo expliquant l'anatomie du larynx et le fonctionnement des cordes vocales.

⇒ Animation du mouvement des cordes vocales.

∴

La langue et le voile du palais peuvent faire varier la forme des cavités buccales et nasales dans des proportions considérables ce qui altère leurs fréquences de résonance et leur contenu harmonique.

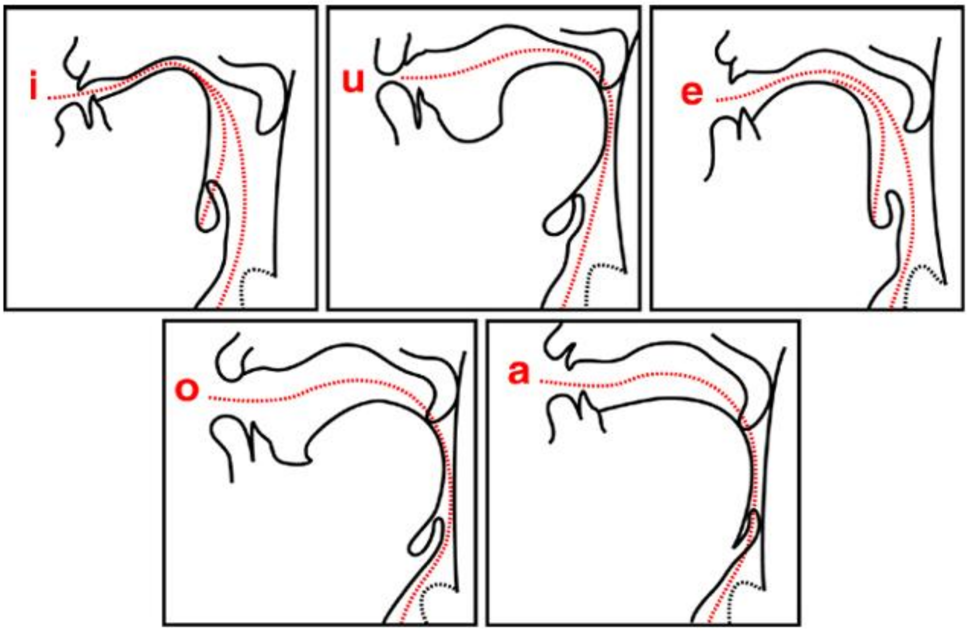


Figure 72 : Modifications de la langue et du voile du palais en fonction du son émis. Les lettres correspondent à la voyelle prononcée en français.

On a vu, en étudiant la physique des instruments de musique que le mécanisme excitateur (anche(s), anches lippales, jet d'air sur le biseau ou l'embouchure) possède sa propre fréquence de résonance (qu'on entend par exemple en soufflant dans un bec de clarinette séparé du reste de l'instrument par exemple ou en faisant vibrer ses lèvres sans contact avec un quelconque instument) mais que ce mécanisme excitateur subit la loi du tube résonnant et vibre à la fréquence de celui-ci. L'instrumentiste peut, tout au plus, choisir, jusqu'à un certain point, quelle harmonique il choisit de faire sonner (cuivres par exemple).

Dans la phonation, les résonances des cavités bucco-nasales sont trop élevées pour contrôler la fréquence de vibration des plis vocaux. La fréquence émise ne dépend que de la tension des plis vocaux et la forme que le repli de la langue, l'élévation du palais et la plus ou moins grande ouverture buccale ne constitue qu'un filtre qui modifie le spectre émis.

Faites l'expérience :

- si vous chantez la gamme sur une voyelle donnée, vous ne devez guère déplacer la langue, le palais ou les lèvres ;
- il est par ailleurs aisé de chanter la suite des voyelles a-e-i-o-u à une hauteur fixe.

∴

Le sonagramme correspondant aux cinq voyelles a-e-i-o-u est présenté ci-dessous ; elles ont été volontairement prononcées de manière monocorde et leur fondamental est bien identique. On constate par contre :

- une différence considérable dans l'amplitude des harmoniques ;
- une modulation de la fréquence c'est-à-dire une oscillation de celle-ci autour d'une valeur moyenne.

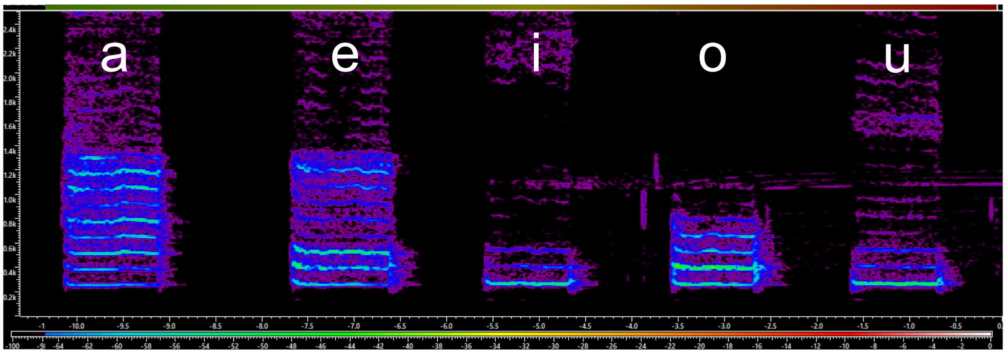


Figure 73 : Sonagramme de l'enregistrement des cinq voyelles a-e-i-o-u prononcées de manière monocorde.

Dans le son produit par un instrument de musique, en l'absence de trémolos délibérés voulus par l'instrumentiste, les fréquences du fondamental et des harmoniques sont stables. Dans le son produit par la voix humaine, la fréquence change constamment, dans une très faible proportion, autour d'une valeur moyenne. Cette *modulation* est inévitable et est une propriété intrinsèque de la voix ; elle est le principal attribut qui nous permet de reconnaître et de mémoriser la personnalité propre de centaines de voix au cours de notre vie.

74. La voix chantée

TBD.

75. Pathologies de la voix chez les chanteurs

TBD.

76. Battements

Pour vérifier l'accord d'une guitare, on peut jouer un La en position 5 sur la sixième corde (la plus grave) et jouer la même note sur la cinquième corde à vide. On adapte alors la tension de cette dernière jusqu'à ce que les deux sons aient exactement la même hauteur. Ce faisant, on ressent nettement une vibration du manche qui est d'autant plus lente que l'on se rapproche de l'accord parfait : c'est le phénomène de battement.

Deux sons dont les fréquences sont très proches engendrent en effet un son conjoint de très grande période. Ainsi les fréquences de 100 et 105 Hz ont-elles un fondamental commun de 5 Hz ; deux cordes vibrant à ces fréquences engendrent donc conjointement un son dont la période est de 0,2 seconde [Figure 47]. On constate que :

- le nombre de battements par seconde est d'autant plus faible que les fréquences constitutives (f1, f2) sont proches ;
- que l'amplitude des battements est d'autant plus marquée que les amplitudes (a, b) sont voisines.

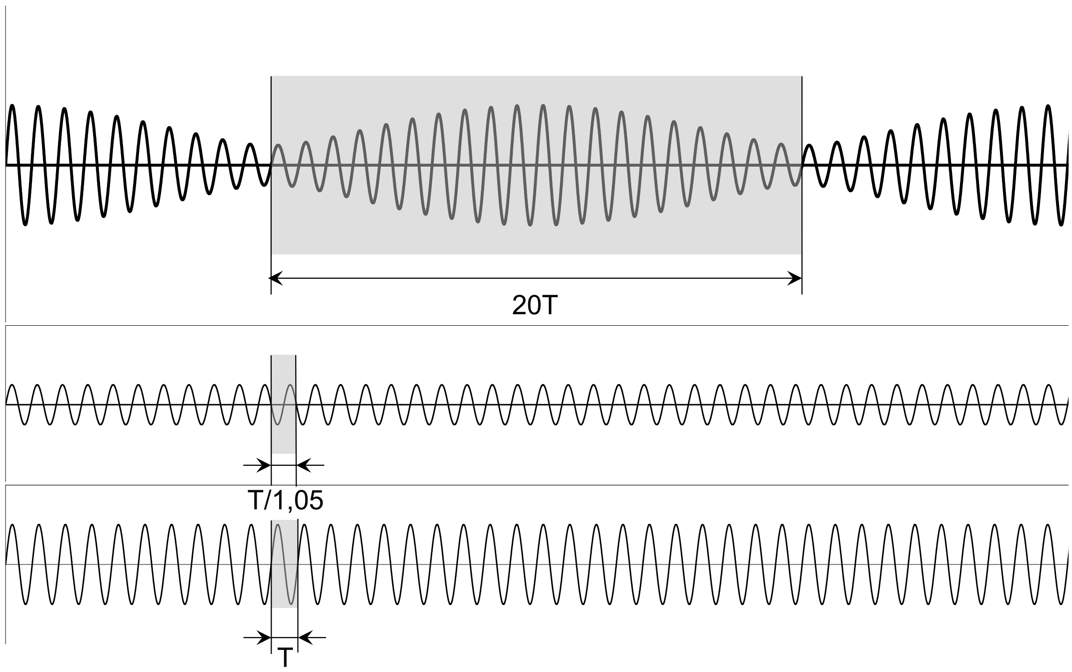


Figure 74 : Phénomène de battement : deux sons de périodes proches engendrent un son conjoint dont l'amplitude varie sur une période qui est la différence des périodes des deux signaux constitutifs.

Les battements ne sont pas nécessairement négatifs d'un point de vue musical. Nous restreindrons l'usage du mot battement à des interférences entre des sons dont la différence de fréquence se situe de 33 Hz. Quelques observations :

- Une note seule, jouée sur un instrument harmonique, ne produit pas de battements puisque la différence de fréquence entre deux harmoniques n'est jamais inférieure à la fréquence du fondamental.
- Si l'on joue deux notes conjointes, des battements apparaissent rarement entre les fondamentaux, sauf si l'intervalle est petit (la différence entre les fondamentaux de Ré3 -293 Hz- et Mi3 -331 Hz- est de 37 Hz) ou les notes graves (la différence entre les fondamentaux de Sol0 -49 Hz- et Mi1 -83 Hz- est de 34 Hz).
- On trouvera par contre fréquemment des battements entre les harmoniques de deux notes jouées simultanément, ainsi si on joue un La3 (440 Hz) et un Do3# (557 Hz), l'harmonique 5

de la première note (2200 Hz) n’est distante que de 28 Hz de l’harmonique 4 de la seconde (2228 Hz).

- L’amplitude des harmoniques diminuant habituellement avec leur rang, les battements sont d’autant plus importants qu’ils interviennent entre harmoniques d’ordres voisins et d’amplitudes semblables.

Des battements apparaissent aussi par l’effet :

- de l’inharmonicité des instruments qui ne génèrent pas toujours des harmoniques parfaitement équidistants. Ceci fait apparaître des battements au sein même d’une note unique et rend battant des intervalles, comme la quinte, qui sont habituellement sans battements ;
- du défaut d’accordage des instruments dont on constate qu’il est d’autant plus perceptible qu’on monte dans les harmoniques. En effet, dans un accord de La mineur, un désaccord de 5 Hz sur le fondamental (445 plutôt que 440 pour La3) crée un battement de 30 Hz entre l’harmonique 6 (Mi6 altéré) de la tonique et l’harmonique 4 de la dominante (Mi6 juste).

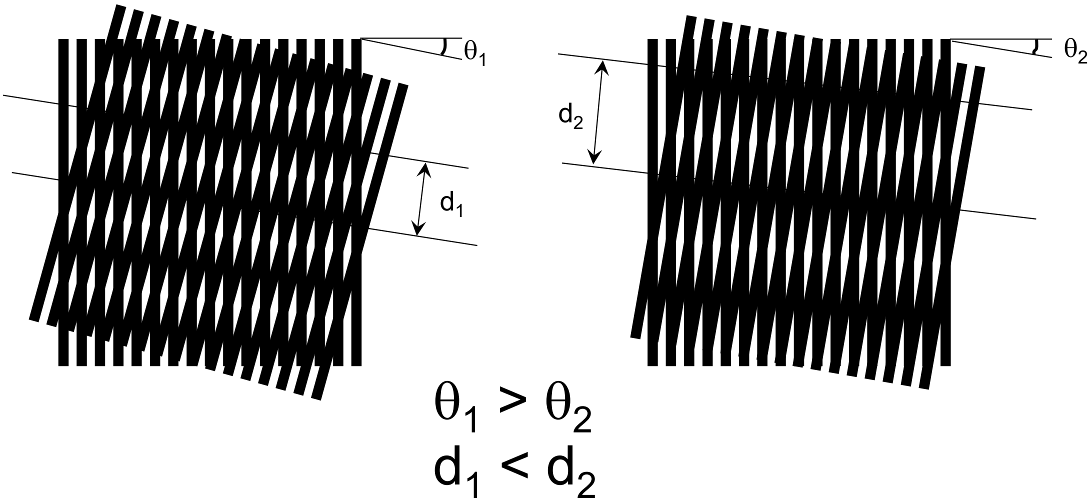


Figure 75 : Le phénomène de battement en acoustique s’apparente à celui de moiré en optique. Si on superpose deux réseaux de lignes et qu’on crée un désalignement d’un angle θ, des bandes claires et sombres apparaissent (moiré). Plus on est proche d’un alignement parfait, plus la distance entre les lignes s’accroît.

77. Sons résultants

Une analyse détaillée du spectre associé au son de deux notes conjointes montre que, outre les harmoniques de chacun des deux sons, le signal résultant comporte des composantes à toutes les fréquences de la forme :

$$f_{mn} = m \times f_1 + n \times f_2$$

où m et n sont des entiers pouvant être positifs ou négatifs. Ces composantes, appelées sons résultants ou sons de combinaison, sontle fruit d'une imperfection du comportement des instruments de musique (sons résultants objectifs mesurables par un microphone) ou de l'oreille (sons résultants subjectifs seulement perçus par le sujet).

Les sons résultants les plus importants sont :

- le premier son résultant différentiel de fréquence f_1–f_2 ;
- le son différentiel cubique de fréquence $2f_1$–f_2 ;
- les premiers sons de combinaison f_1+f_2, $2f_1$+f_2, f_1+$2f_2$, etc…

Le son résultant associé à deux harmoniques d'un même son n'enrichit pas le spectre car il en fait déjà partie. En effet si f_1 et f_2 sont respectivement les harmoniques p et q d'un même fondamental f_0, les sons résultants sont également des harmoniques du fondamental :

$$m \times f_1 + n \times f_2 = m \times p \times f_0 + n \times q \times f_0 = \ (m \times p + n \times q) \times f_0$$

∴

L'organiste et physicien Jean Bosquet[26] décrit une application pratique des sons résultants qui illustre bien le propos :

> *Dans le deuxième mouvement, 'grave', de la pièce d'orgue dite souvent Fantaisie en Sol, BWV 572, J.-S. Bach écrit, à la mesure 66, un Si grave suivi du Si à l'octave inférieure qui n'existe quasi jamais, les claviers d'orgue commençant en général sur Do. Pour obtenir un Si très grave (en dessous du Do inférieur), il suffit de maintenir le Si le plus grave du pédalier [notre f2] et de l'accompagner du Fa# une quarte plus bas [notre f1 = 3f2⁄4] ; l'effet est saisissant lorsque, comme il se doit, cette pièce est jouée avec une registration fournie.*

Le son cubique est bien dans ce cas à la fréquence

$$2 \times f_1 - f_2 = 2 \times \frac{3f_2}{4} - f_2 = \frac{f_2}{2}$$

soit une octave en-dessous du Si le plus grave !

[26] **Jean Bosquet,** *Histoire succincte et représentation schématique des tempéraments musicaux,* Académie royale de Belgique, Bulletin de la Classe des Sciences, 6e série, t. 19, 2008, p. 85 sqq.

78. Acoustique des salles et des bâtiments

Vous etes chez vous ou sur votre lieu de travail. Deux types de problématiques acoustiques se posent :

- Vous percevez une ou plusieurs sources sonores qui se situent dans le même espace que vous :
    - vous êtes en classe et écoutez le professeur ;
    - vous jouez de la guitare et entendez votre propre instrument ;
    - vous êtes dans votre cuisine et le compresseur du réfrigérateur se met en route ;
    - assis devant un bon feu de bois vous écoutez la musique que diffusent vos hauts-parleurs.
    - Toutes ces situations relèvent de **l'acoustique des salles** et la problématique centrale est liée à la plus ou moins grande **absorption** du son.
- • Vous percevez une ou plusieurs sources sonores qui se situent dans le même espace que vous. Vous êtes par exemple dans votre chambre et :
    - votre voisin de palier joue du piano ;
    - votre voisine du dessus fait des claquettes sur son parquet ;
    - un camion passe dans la rue ;
    - le chien de la concierge aboie dans le jardin.
    - Toutes ces situations relève de **l'acoustique des bâtiments** et la problématique principale consiste à vous **isoler** de ces sources externes.

Les techniques et matériaux offrant de l'absorption acoustique et celles garantissant l'isolation acoustique sont profondément différentes. Les matériaux absorbants n'apporte qu'une isolation faible, les éléments isolants n'apportent pratiquement pas d'absorption. Dans la planification d'un chantier d'amélioration de l'acoustique de vos lieux de vie ou de travail, il est crucial de différencier les deux aspects.

∴

Une dernière manière de la dire : si, en tant que musicien, vous voulez vous installer un espace de répétition agréable et confortable, vous devez :

- veiller à y apporter la bonne quantité d'absorption de manière à accroître votre confort et plaisir de jeu ;
- veiller à ce qu'il soit bien isolé des pièces voisines de manière à protéger vos voisins que vos répétitions incessantes des deux mêmes mesures pourraient lasser ... mais aussi éviter qu'un concert de casseroles remuées dans la cuisine ne vienne inopportunément accompagner votre prestation.

79. Absorption

Lorsqu'une onde sonore frappe une paroi, elle s'y réfléchit. Sous incidence normale l'onde réflechie et l'onde incidente sont alignées (figure 76). Si l'onde arrive sur la paroi avec un angle d'incidence θ, elle repart avec le même angle d'incidence (figure 77). Dans les deux cas la vitesse de propagation de l'onde dans la direction perpendiculaire au mur s'inverse alors que la vitesse de propagation de l'onde dans la direction parallèle au mur reste inchangée.

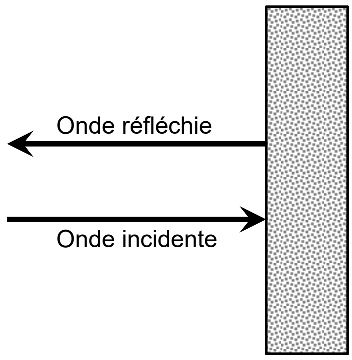


Figure 76 : Réflexion d'une onde sonore sous incidence normale (l'onde se propage perpendiculairement à la paroi).

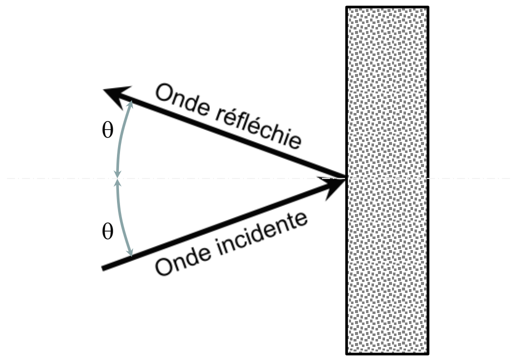


Figure 77 : Réflexion d'une onde sonore sous incidence oblique. La loi de Descartes précise que les angles d'incidence et de réflexion sont égaux (θ).

∴

Si la paroi est parfaitement réfléchissante, les ondes incidentes et réfléchies ont la même amplitude. Elles portent donc la même intensité sonore (énergie par unité de temps et de surface).

Si la paroi est absorbante, une fraction α de l'intensité incidente est dissipée dans la paroi et l'onde réfléchie ne porte plus qu'une intensité ($1-\alpha$). On appelle α le coefficient d'absorption de la paroi. Le coefficient d'absorption dépend du matériau, de son épaisseur et de sa mise en œuvre. Ce coefficient varie avec la fréquence de l'onde. Sa valeur est toujours comprise entre 0 (pas du tout d'absorption) et 1 (absorption totale).

Le tableau ci-dessous donne le coefficient d'absorption de différents types de surfaces souvent rencontrées dans les bâtiments[27] :

	Fréquences					
	125	250	500	1.000	2.000	4.000
Fenêtre	0,35	0,25	0,18	0,12	0,07	0,04
Draperie légère	0,03	0,04	0,11	0,17	0,24	0,35
Tenture lourde	0,05	0,15	0,35	0,45	0,40	0,35
Contreplaqué 5 mm à 25 mm du mur	0,07	0,12	0,28	0,11	0,08	0,08
Contreplaqué 5 mm à 50 mm du mur	0,47	0,34	0,30	0,11	0,08	0,08
Béton	0,32	0,25	0,22	0,20	0,19	0,20
Plâtre	0,04	0,03	0,03	0,04	0,05	0,08
Parquet	0,03	0,04	0,08	0,12	0,10	0,10
Moquette 15 mm sur béton	0,20	0,25	0,31	0,36	0,52	0,73
Laine de verre	0,11	0,19	0,41	0,54	0,60	0,75
Spectateur assis	0,58	0,70	0,80	0,90	0,90	0,88

∴

Les dispositifs absorbants sont de trois types.

Les **matériaux poreux** (mousses) ou **fibreux** (tapis, rideaux, laine de verre) sont remplis d'air. Celui-ci est mis en vibration par le son et frotte contre le squelette (mousses) ou les fibres (tissus) du matériau. Ce frottement dissipe une partie de l'énergie du champ sonore qui disparaît dans le squelette ou les fibres sous forme de chaleur. L'énergie du champ sonore étant très faible, l'échauffement n'est pas perceptible mais on peut le mesurer dans les laboratoires spécialisés. Les matériaux poreux ou fibreux doivent avoir une épaisseur adaptée à la fréquence à absorber ; on recommande une épaisseur égale au quart de la longueur d'onde considérée : à 4.000 Hz, deux centimètres de mousse suffiront, à 1.000 Hz il en faudra huit ... mais à 100 Hz il en faudrait quatre-vingt ... la mousse n'est donc pas une option à basse fréquence[28].

Les **panneaux absorbants** sont formés d'une fine paroi flexible fixée à la paroi principale et positionnée à une courte distance du mur. Le champ acoustique met la paroi en vibrations et les propriétés amortissantes du matériau qui la constitue conduisent à une dissipation d'énergie. Celle-ci est maximum à la fréquence de résonance du panneau.

Les **résonateurs** sont des cavités semblables à des bouteilles ou des vases. Ils sont positionnés à l'intérieur du mur et leur col affleure à la surface de celui-ci. Lorsque l'onde plane frappe le mur, l'air contenu dans le col vibre, l'air contenu dans le résonateur faisant office de ressort. Cette vibration absorbe sélectivement certaines fréquences de manière très effficace. Les grecs avaient déjà recours à cette technologie dans leurs amphithéâtres.

Les panneaux acoustiques sont plutôt adaptés à l'absorption des basses fréquences (sons graves). Les résonateurs ciblent les moyennes fréquences. Les matériaux poreux ou fibreux ont, pour une épaisseur donnée, une absorption croissante avec la fréquence et fonctionnent donc bien aux hautes fréquences. Une solution idéale, offrant un bon niveau d'absorption à toutes les fréquences, doit donc combiner les trois types de dispositifs.

∴

Coller des boîtes à œufs sur les murs est le moyen le plus simple et le moins coûteux pour obtenir une bonne isolation phonique.

Cette phrase souvent entendue est une **légende urbaine**. L'apport des boîtes à œufs en matière d'isolation est pratiquement nul et sa contribution à l'absorption est, au mieux, modeste et ciblée. Le matériau des boîtes à œufs étant par ailleurs inflammable, c'est un dispositif dangereux.

---

27 Source: **Antonio Fischetti,** *Initiation à l'acoustique,* Belin, 2004.

28 La longueur d'onde est donnée par le rapport entre la vitesse du son (340 m/s) et la fréquence. Un quart de longueur d'onde vaut donc: ¼ x 340 / 4000 = 0.021 m à 4000 Hz, ¼ x 340 / 1000 = 0.085 m à 1000 Hz et ¼ x 340 / 100 = 0,85 m à 100 Hz.

⇒ Voir la note du site Acoustique-Info sur le sujet.

80. Temps de réverbération

Lorsqu'on émet dans une salle un son continu (une note soutenue), il met un certain temps à occuper tout l'espace, mais ce temps est tellement court qu'on n'en a guère conscience. Quand ce son cesse d'être émis, par contre, nous avons bien conscience qu'il persiste un certain temps avant de devenir imperceptible et de disparaître. Cette rémanence du son dépend considérablement de la salle ; il peut être très long dans une cathédrale et très court dans un salon richement meublé d'épaisses moquettes et de lourds rideaux. On le caractérise par le *temps de réverbération* qui est le temps nécessaire à ce que le niveau sonore dans la salle décroisse de 60 dB après extinction de la source.

Ce temps, caractéristique de la salle, peut être calculé par la formule de Sabine[29] :

$$T_R = 0{,}16\frac{V}{A}$$

où V est le volume de la salle (plus ce volume est grand, plus le temps de réverbération est important) et A est la *surface d'aborption* de la salle c'est-à-dire sa surface totale, mais où chaque portion de surface est multipliée par un coefficient compris entre 0 et 1 caractérisant l'aborption du matériau recouvrant cette surface.

Un matériau parfaitement réfléchissant (dalles, marbre, béton brut) aura un coefficient proche de 0 alors qu'un matériau très absorbant (un épais tapis en laine, une couche épaisse de laine de roche) aura un coefficient d'absorption proche de 1. Plus la surface d'absorption est grande, plus le temps de réverbération est faible.

On comprend bien que le temps de réverbération d'une salle modifie profondément le rendu d'une oeuvre musicale. Si le temps de réverbération est très long, une note continue longtemps à résonner et interagit donc avec les notes suivantes ; si le compositeur n'a pas pris cet effet en compte, des harmonies malheureuses et involontaires peuvent apparaître. Si le temps de réverbération est trop court, les notes mourront trop vite et le rendu sera sec, dépourvu de chaleur, et une partie de sa richesse harmonique sera perdue.

Il n'est pas surprenant, par exemple, que le chant grégorien soit apparu dans des monastères aux vastes églises au sol nu ; il perdrait beaucoup de sa beauté sans la réverbération de la salle. A l'inverse, des pièces plus contemporaines, au rythme plus rapide et à la sonorité plus dense, deviendraient une cacophonie si elles étaient jouées dans une cathédrale. Il n'y a pas, du point de vue du temps de réverbération, de bonnes et de mauvaises salles, mais à chaque type de musique correspond un type de salle : le concept de salle de concert polyvalente n'a pas de sens.

⇒ Les salles réverbérantes et anéchoïques de l’Université de Liège (vidéo)

29 Wallace Sabine (1868-1919), acousticien américain.

81. Isolation phonique

Lorsqu'on parle d'isolation acoustique il est important de comprendre que le son peut se propager d'une source à un récepteur par deux types de voies : aériennes et solidiennes.

∴

Les voies de transfert aériennes sont celles auxquelles on pense intuitivement. Le son se propage pour l'essentiel dans l'air depuis sa source jusqu'au récepteur même s'il rencontre une ou plusieurs parois solides sur sa route. Voici quelques exemples de situations mettant en jeu des voies de transfert aériennes :

- le bruit de la circulation nous parvient au travers de la fenêtre fermée ;
- nous entendons notre grand-père ronfler dans la pièce d'à côté ;
- le voisin a mis le son de sa télévision un peu fort et nous l'entendons au travers du mur.

Nous pouvons réduire la transmission aérienne du son en jouant sur cet obstacle : mur, fenêtre, porte, panneau. Le pouvoir d'isolation d'une paroi s'appelle sa perte en transmission (TL pour *transmission loss* en anglais) et se mesure en décibels. Si une paroi présente une perte en transmission de 30 dB, une source de 90 dB d'un côté entraînera un son perçu de 60 dB de l'autre côté.

La perte en transmission varie considérablement avec la fréquence ; on gagne en effet six décibels d'isolation par doublement de la fréquence (on parle d'une croissance de 6 dB/octave) : si une paroi offre 30 dB d'isolation à 1.000 Hz, elle en offrira 42 à 4.000 Hz.

C'est la masse de la paroi qui détermine, en première approximation, son pouvoir d'isolation. Une porte en chaîne massif isole mieux qu'une porte en contre-plaqué, un mur de pierre isole mieux qu'un mur de brique.

Le principe du maillon faible s'applique à l'isolation acoustique : le son prendra toujours le chemin de moindre résistance. Rien ne sert de placer des vitres de grande qualité acoustique si le châssis n'est pas inséré de manière étanche dans la maçonnerie du mur. Une porte perd une bonne partie de son pouvois d'isolation si elle présente un jour à sa base, fut-il de quelques millimètres.

Il faut enfin souligner que la meilleure isolation acoustique est fournie par des dispositifs multi-couches combinant différents effets physiques : les double- ou triple-vitrages par exemple ou les doubles murs séparés par de la laine de verre.

∴

Les transferts solidiens se produisent le long de voies essentiellement solides, sous forme de vibration qui sont converties en ondes sonores dans le local de réception. Quelques exemples :

- Votre voisine marche avec des chaussures à talons sur le parquet de l'appartement du dessus. Le son qu'elle perçoit est ténu et ne peut passer au travers du plancher de manière aérienne ... mais le chox de ses talons induit des vibrations dans le plancher et ces vibrations produisent des ondes sonores dans votre salon.
- Votre frère joue du violoncelle dans a chambre qui est séparée de la vôtre par plusieurs autres pièces et par des murs épais. Mais la pique de l'instrument repose à même le sol et engendre des vibrations dans le sol qui se propagent beaucoup plus loin et plus efficacement que le son de l'instrument. Le sol et les murs de votre chambre vibrent et vous font regretter que votre frère n'ait pas choisi le triangle plutôt que le violoncelle.
- J'ai eu un voisin dont le fils jouait du tambour sur les radiateurs. Les vibrations se transmettaient au radiateur de ma salle à manger qui jouait très efficement le rôle de haut-parleur.

Les moyens d'actions sur les voies de transfert solidiennes sont beaucoup plus délicates à mettre en œuvre et il est parfois impossible de résoudre les problèmes posés par un bâtiment trop ancien et mal pensé. Dans les trois exemples précédents :

- Pour les chaussures à talon VOUS ne pouvez rien faire si ce n'est proposer à votre voisine de se déchausser ou de mettre un tapis sur son parquet.
- Pour le violoncelle, il existe des supports très efficaces qui réduisent la transmission des vibrations au sol.
- Pour le radiateur-tambour, je ne vois qu'une solution : la fessée au sale gamin (😉) !

C'est donc avant tout au niveau de la source qu'il faut agir ou en tout cas au niveau de la connexion entre la source et la paroi à laquelle elle est connectée (en général le sol mais ça peut être un mur, dans le cas d'une horloge par exemple).

Agir sur les voies de transfert solidiennes est très difficile *a posteriori*. Il existe par contre des règles de bonne pratique à appliquer lors de la construction de l'immeuble afin de minimiser les transferts solidiens. Il s'agit pour l'essentiel de découpler les différents éléments constructifs de manière à empêcher la transmission des vibrations d'une colonne à une dalle et de celle-ci) sa voisine.

82. Réflexions spéculaire et diffuse

TBD.

83. Distribution du son dans une salle

Le temps de réverbération est une grandeur globale ; elle ne nous dit rien sur la répartition plus ou moins équitable du son dans la salle. Pour comprendre cette distribution inégale, on a recours à la méthode des tirs de rayons. L'idée en est simple (Figure 78) ; elle consiste à répartir la totalité de l'énergie d'une source sur un ensemble de rayons partant dans toutes les directions puis de suivre le chemin de chacun des rayons au fil de ses réflexions sur chaque mur. Chaque rayon perd progressivement une part de son énergie par les trois mécanismes suivants :

- en s'éloignant de la source le rayon répartit son énergie sur une surface de plus en plus grande ce qui conduit à une perte de 6dB pour chaque doublement de la distance ;
- à chaque réflexion sur une paroi le rayon perd une fraction de son énergie proportionnelle au coefficient d'absorption de la paroi ;
- la viscosité de l'air, aussi faible soit elle, engendre une perte additionnelle dépendant du trajet total du rayon.

Lorsqu'on a calculé le trajet de tous les rayons on peut, en un endroit donné de la salle, analyser quels rayons passent par celui-ci, à quel moment et en portant quelle énergie résiduelle. On peut alors tracer des cartes de distribution sonore comme celle de la Figure 79. L'idéal est évidemment d'obtenir une distribution aussi équitable que possible du niveau sonore, mais il convient aussi, par exemple :

- d'éviter les échos francs c'est-à-dire des réflexions d'intensités importantes séparées par un intervalle de temps trop long ;
- d'équilibrer le son provenant, pour un auditeur donné, de différentes directions : le son provenant par le côté, qui est perçu avec un léger décalage par les deux oreilles, favorise par exemple la localisation par le cerveau de la source de ce son ;
- de favoriser les réflexions diffuses par rapport aux réflexions spéculaires. Une réflexion spéculaire est une réflexion similaire à celle de la lumière sur un miroir : un rayon arrivant sur une surface depuis une direction déterminée est réfléchi dans une seule direction, en un rayon unique. La réflexion est diffuse lorsque, à cause d'irrégularités volontaires ou accidentelles de la surface, l'énergie portée par un rayon est réfléchie dans une multitude de directions : elle est diffusée par la surface. De nombreuses salles de concert sont pourvues, à des endroits stratégiques, de diffuseurs pour mieux homogénéiser le son dans la salle.

La méthode des tirs de rayons permet d'analyser, vérifier, améliorer, optimiser tous ces éléments de la qualité sonore d'une salle.

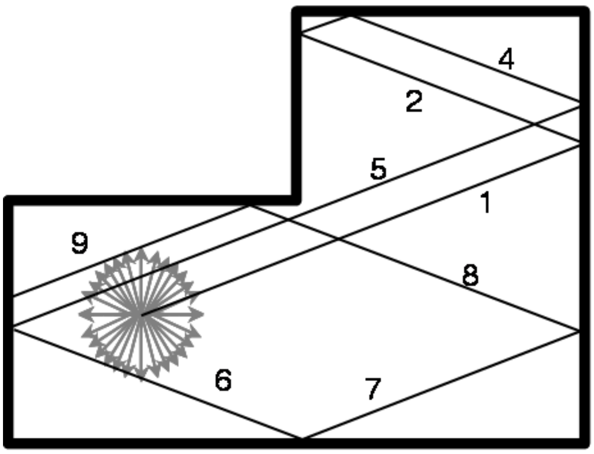


Figure 78 : Principe de la méthode des tirs de rayons.

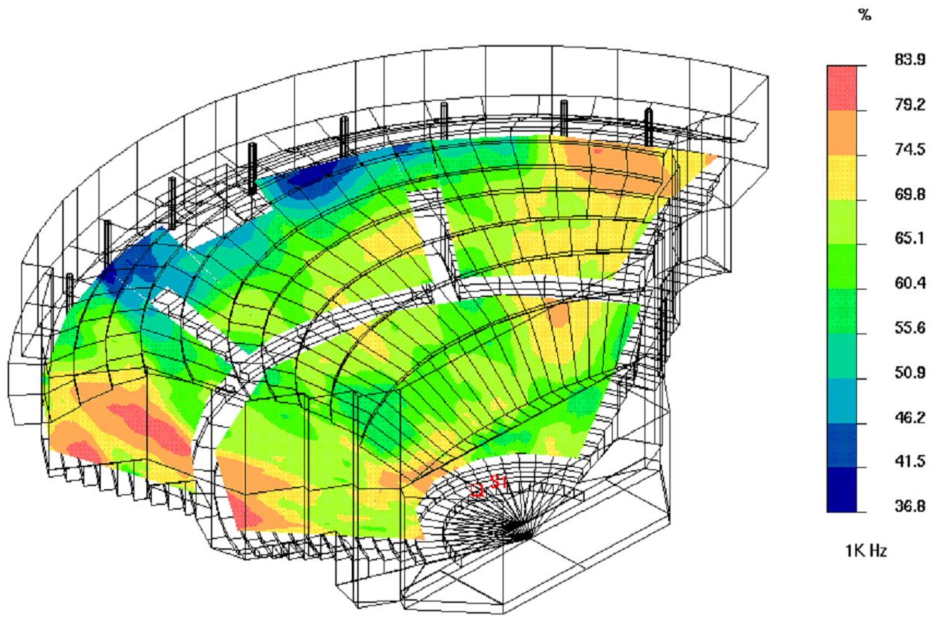


Figure 79 : Application de la méthode des tirs de rayons à une salle réelle.

84. Échos

TBD.

85. Transduction électro-dynamique

La transduction est la conversion d'un signal physique en un autre. Dans le domaine sonore, la transduction nous intéresse à deux niveaux :

- transduction du signal sonore en signal électrique en vue de son enregistrement ou de son amplification ;
- transduction d'un signal électrique en ondes sonores.

La transduction du signal sonore en signal électrique (et vice versa) implique toujours un intermédiaire mécanique. Deux exemples :

- une onde sonore qui frappe un micro met sa membrane en vibration ce qui induit un courant électrique ;
- le signal électrique aux bornes d'un haut-parleur induit un mouvement vibratoire de son pavillon qui produit les ondes sonores que nous entendons.

La nécessaire intermédiation vibratoire explique qu'on parle de transduction électro-dynamique et non (en général) de transduction électro-acoustique.

Il existe plusieurs mécanismes de transduction électro-dynamique. On en présente brièvement quelques uns ci-dessous.

∴

Un premier mode classique de transduction électromagnétique implique deux éléments : une bobine de fil conducteur et un aimant permanent qui engendre un champ magnétique constant.

Si on fait circuler un courant électrique dans la bobine, celle-ci se déplace dans le champ magnétique. Si ce courant porte un signal complexe, le déplacement variera de la même manière que le courant. C'est le principe du haut-parleur.

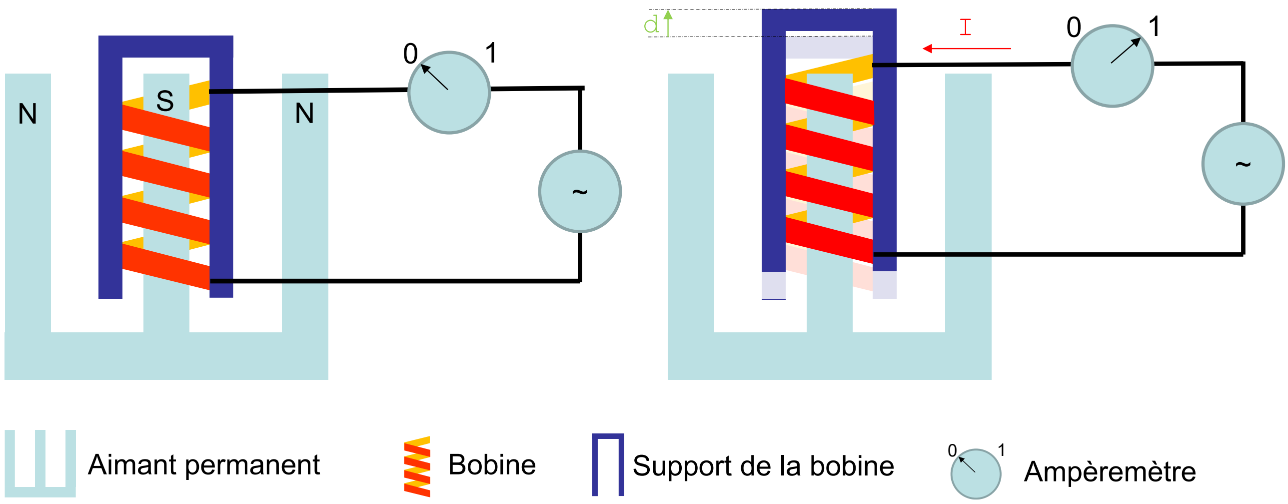


Figure 80 : Transduction électro-mécanique en mode *haut-parleur* : le courant électrique I (en rouge) produit le déplacement vertical d de la bobine (en vert).

Si on fait impose un déplacement à la bobine, un courant électrique va y apparaître. Si le déplacement varie suivant un signal complexe, le courant variera de la même manière que le déplacement. C'est le principe du microphone.

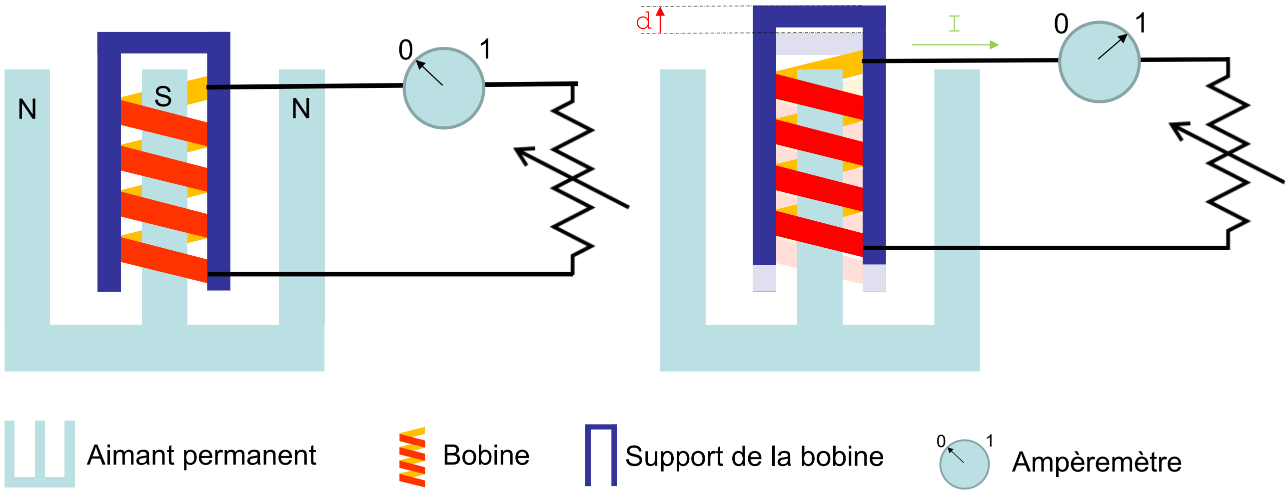


Figure 81 : Transduction électro-mécanique en mode *microphone* : le déplacement vertical d de la bobine (en rouge) produit le courant électrique I (en vert).

∴

Dans un haut-parleur ou un microphone à bobine mobile dont le principe a été expliqué ci-dessus, la bobine se déplace dans un champ magnétique constant. Dans un micro de guitare ou de basse électrique, la bobine est fixe et c'est le champ magnétique de l'aimant qui, perturbé par le mouvement de la corde, devient variable et induit un courant électrique.

86. Transduction électro-statique

Un transducteur électrostatique utilise le fait que la tension aux bornes d'un condensateur est proportionnelle à la distance entre ses deux électrodes.

En mode haut-parleur, on fera varier la tension ce qui produira un déplacement des électrodes.

En mode microphone, on produira un déplacement des électrodes ce qui produira une différence de potentiel.

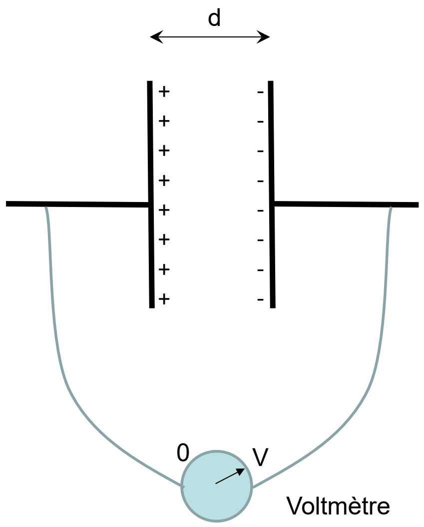


Figure 82 : La tension V aux bornes d'un condensateur est proportionnelle à la distance d entre ses deux électrodes.

87. Disques microsillons (vinyls)

Le phonautographe de Léon Scott (1857) est un dispositif de **visualisation** du son formé d'une membrane convertissant le son ambiant en vibrations qu'elle communique à un stylet traçant des marques sur un verre couvert de noir de fumée. Ce n'est que récemment qu'on a pu reproduire le son ainsi *enregistré* mais, à l'époque de Scott, la reproduction n'était ni possible ni envisagée.

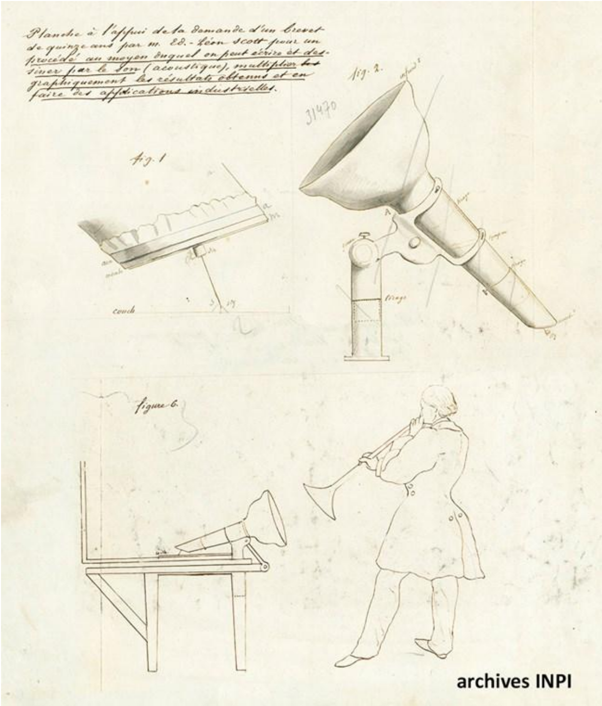


Figure 83 : Planche illustrant la demande de brevet du phonautographe d'Édouard-Léon Scott de Martinville (.

Le même principe sera généralisé par Thomas Edison à partie de 1877. En gravant les vibrations sur une fine feuille d'étain enroulée sur un cylindre d'acier, Edison permet d'enregistrer un son puis de le reproduire. La technologie connaîtra de multiples évolutions :

- du cylindre on passera au disque ;
- de l'enregistrement direct sans duplication possible (les musiciens jouaient le même morceau cent fois pour produire cent disques !) on passera à l'enregistrement d'un disque maître reproductible à l'infini,
- d'une transduction purement mécanique on passera à la transduction électro-mécanique pour l'enregistrement comme pour l'écoute de celui-ci ;
- de sillons relativement larges et profonds on passera à des microsillons permettant de stocker de plus longs enregistrements sur un support donné (disques LP pour *Long Playing*) ;
- de 78 tours par minutes on passera à des vitesses de rotation plus lentes : 33 tours pour les disques de 30 ou 25 centimètres de diamètre ou 45 tours pour ceux de 18 centimètres ;
- d'un enregistrement mono (un seul canal) on passera aux enregistrements stéréo (deux canaux, gauche et droit, permettant une meilleure spatialisation du son).

Dans un disque microsillon stéréo, l'aiguille se déplace horizontalement et verticalement dans un sillon asymétrique. La face interne du sillon enregistre le signal gauche et la face externe enregistre le signal droit.

⇒ Pour une meilleure compréhension de la manière dont les sillons asymétriques produisent un mouvement complexe, horizontal et vertical, du stylet et de la manière dont les deux canaux sont traités et séparés dans la cellule, voir l'animation sur le site Vinylrecorder.

Figure 84 : Le groupe de glam rock britannique Sweet sort en 1977 l'album « Off the Record » dont la pochette s'orne d'un gros plan sur une cellule et son aiguille dans un microsillon de disque.

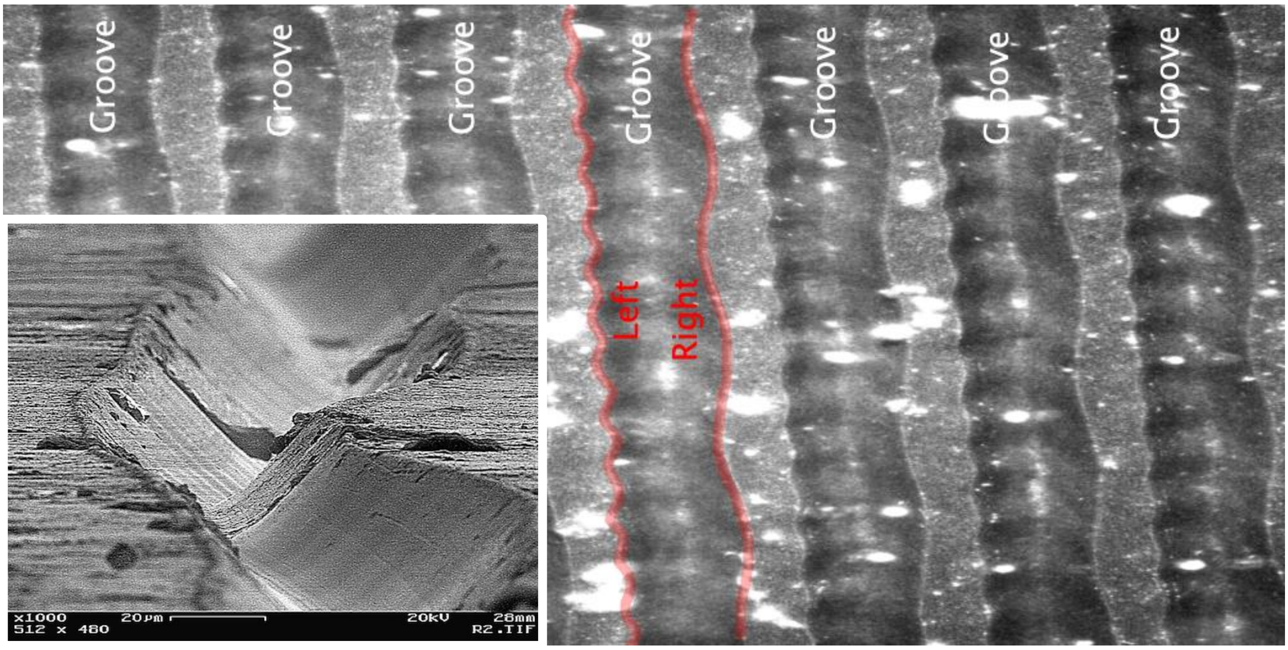


Figure 85 : Gros plan sur une série de sillons (groove) puis sur un sillon seul. © Grover Lab.

88. Microphones

Les microphones sont des dispositifs transformant un signal acoustique (pression acoustique sur la membrane) en un signal électrique présentant significativement la même forme. La transduction peut se faire de manière électro-dynamique (§75) ou électro-statique (§76).

Les microphones sont caractérisés par plusieurs propriétés.

La <u>sensibilité</u> est le rapport entre la tension générée et la pression reçue ; elle varie de 2 millivolts par Pascal (mV/Pa) pour les microphones électrodynamiques à 20 mV/Pa pour les microphones électrostatiques qui sont donc dix fois plus sensibles.

La <u>réponse</u> du microphone est une courbe donnant, en fonction de la fréquence, la différence en décibels entre le signal nominal reçu et le signal électrique généré. Dans un microphone parfait, non ciblé, la réponse devrait être égale à 0 dB pour toutes les fréquences. En pratique, certaines composantes fréquentielles sont amplifiées et d'autres atténuées.

La <u>bande passante</u> est la gamme de fréquences dans laquelle la réponse du microphone n'est pas inférieure de plus de 3 dB à la réponse nominale. La bande de passante est délimitée par les deux <u>fréquences de coupure</u>.

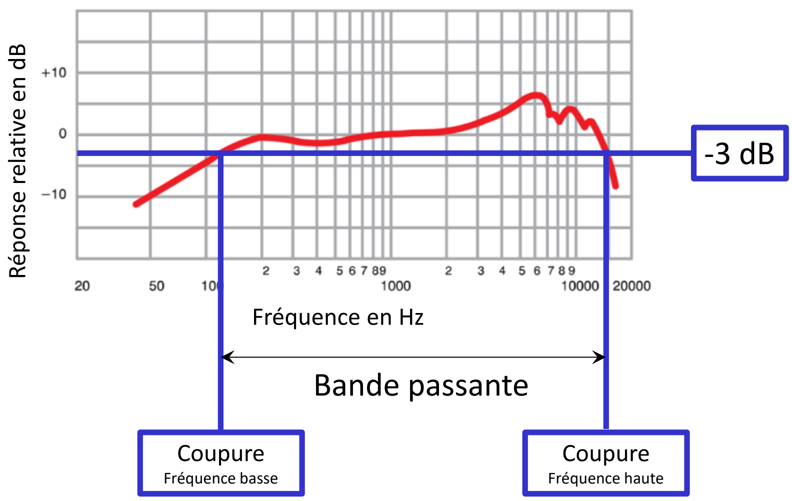


Figure 86 : Courbe de réponse d'un microphone Shure™, fréquences de coupure et bande passante.

La membrane d'un microphone peut recevoir le signal sonore sur une seule face ou sur les deux faces.

Lorsque seule la face externe reçoit le signal de pression, le microphone est un capteur de pression acoustique. Il réagit de manière approximativement identique quelle que soit la position de la source par rapport à l'axe du microphone.

Lorsque les deux faces sont exposées à la pression acoustique, la membrane ne réagit qu'à la pression nette qui s'exerce sur elle, soit la différence entre la pression en face externe et celle en face interne. Le microphone est un capteur de gradient de pression acoustique. Si la source est située dans l'axe du microphone, il y a une différence importante entre la pression qui s'exerce sur les deux faces et le microphone mesure un signal important. Si la source est au contraire positionnée à 90° de l'axe du microphone, les deux faces de la membrane sont exposées au même signal et le microphone ne perçoit aucun signal net.

La directivité d'un microphone est un diagramme *polaire* montrant la variation de sa sensibilité avec l'angle que fait la source avec l'axe du microphone. La directivité du premier type de microphone est omnidirectionnelle ; son diagramme de directivité est un cercle. La directivité du second type de microphone est maximum dans l'axe de celui-ci et minimum dans la direction perpendiculaire. Son diagramme de directivité est en forme de 8.

En combinant, en un seul dispositif, les deux types de microphones et en donnant un poids différent aux deux signaux mesurés, on peut construire toute une gamme de microphones présentant des diagrammes de directivité variés. Leur forme particulière les ont fait qualifier de *cardioïdes*.

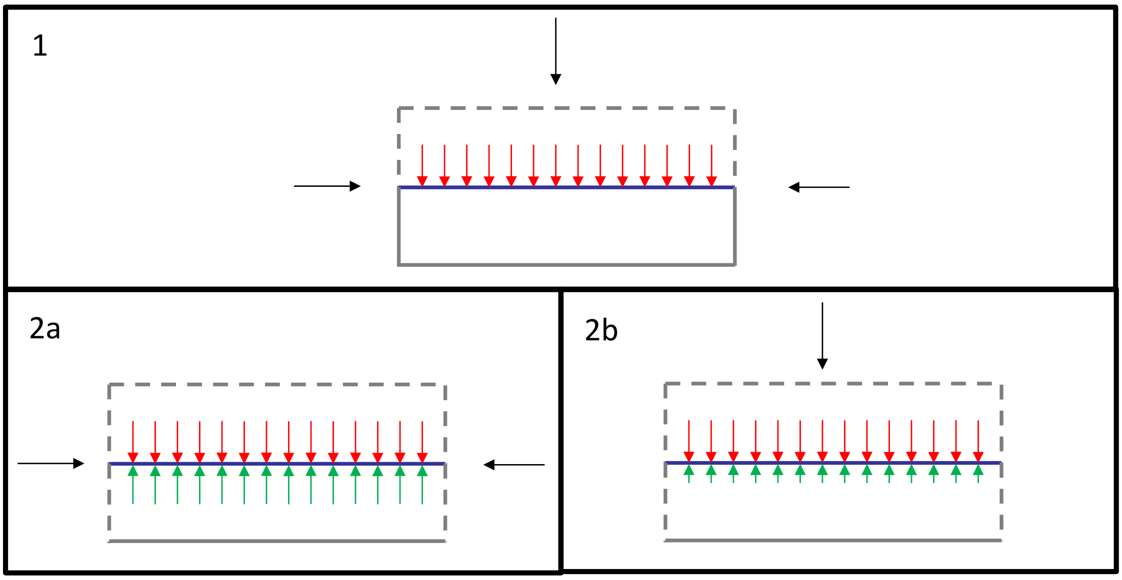


Figure 87 : Le microphone 1 ne reçoit le signal que sur la face externe de sa membrane ; sa directivité est omnidirectionnelle. Les membranes externe et interne du microphone 2 sont exposées à la pression acoustique. Il n'est donc sensible qu'à la différence des signaux reçus qui diffère suivant que la source sonore soit dans l'axe du microphone ou perpendiculaire à celui-ci : le microphone est directionnel.

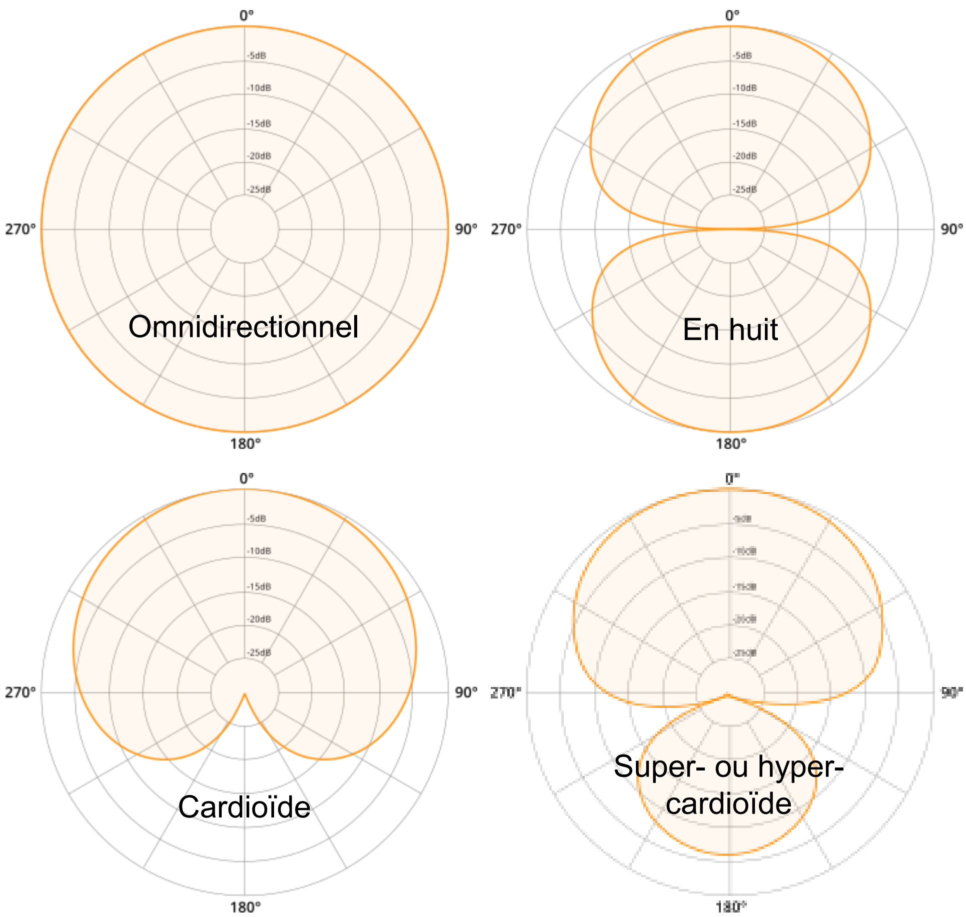


Figure 88 : Diagrammes de directivité de différents types de microphones. © Projet Home Studio.

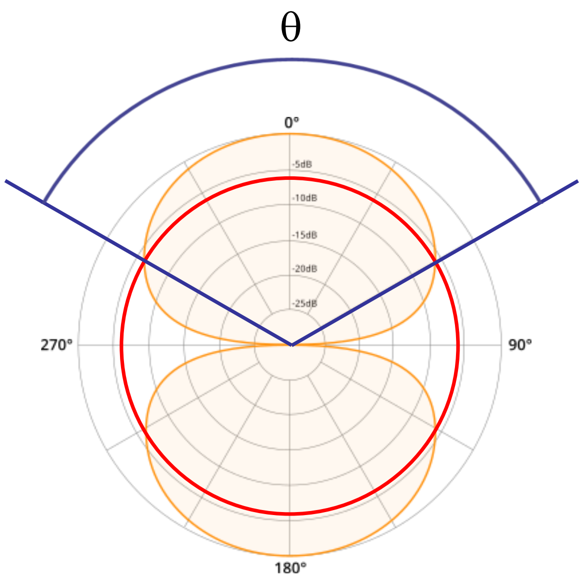


Figure 89 : L'angle d'ouverture d'un microphone est l'angle à l'intérieur duquel la sensibilité diffère de la sensibilité maximum de moins de 6 dB.

89. Amplificateurs

TBD

90. Haut-parleurs

Les haut-parleurs fonctionnent suivant le même principe que les microphones mais inversé : un signal électrique portant l'information musicale souhaitée passe dans une bobine de fil conducteur enroulée sur un cylindre placé dans le champ magnétique d'un aimant permanent ce qui induit un déplacement vertical équivalent de la bobine.

La bobine porte un cône qui, en accroissant la surface de contact de la partie mobile avec l'air, augmente le volume sonore produit.

Le cône est inséré dans un baffle (techniquement le baffle désigne la face avant du haut-parleur mais en pratique on peut appeler baffle l'ensemble de la boîte dans laquelle le cône est encastré) ce qui a pour effet de ne permettre que le rayonnement acoustique par la face avant. Sans baffle, les deux faces du cône rayonneraient et se compenseraient partiellement mutuellement de telle sorte que le rayonnement serait atténué.

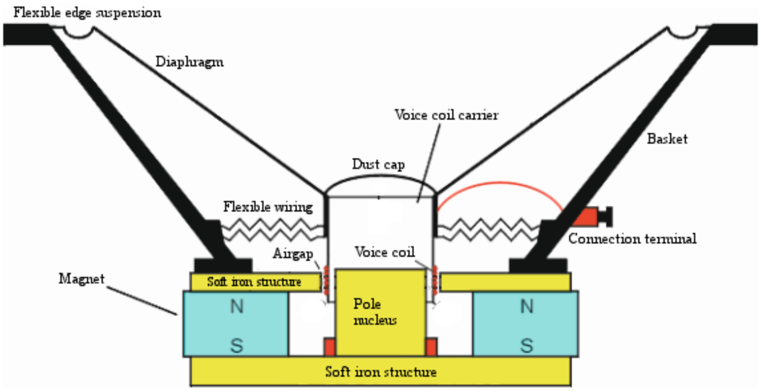


Figure 90 : Coupe dans un haut-parleur.

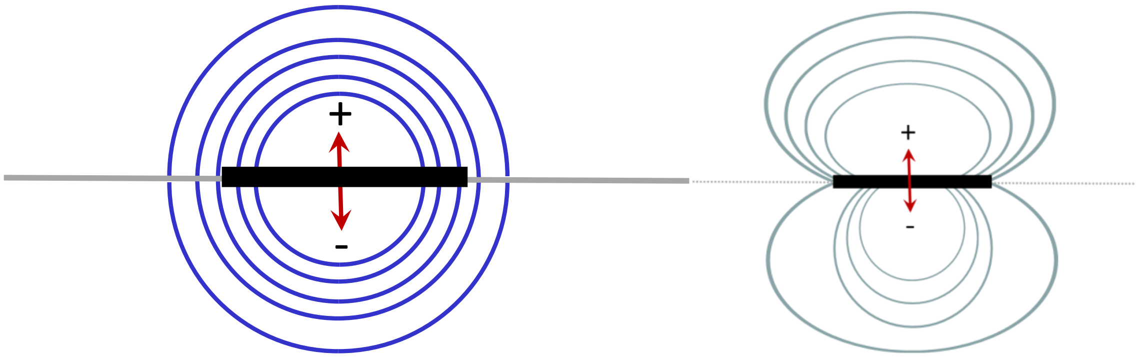


Figure 91 : Comparaison du mode de rayonnement d'un haut-parleur avec baffle (à gauche, rayonnement monopolaire) et sans baffle (à droite, rayonnement dipolaire).

Un haut-parleur est souvent constitué de plusieurs cônes de tailles différentes adaptés à l'émission de fréquences différentes. Les plus petits diamètres émettront les sons aigus (tweeter), les plus grands diamètres émettront les sons graves (woofer) et les diamètres moyens émettront les sons de moyenne fréquences.

Les haut-parleurs n'émettent pas la même quantité d'énergie acoustique dans toutes les directions ; ils sont directifs. Les sons graves sont peu directifs, les sons aigus sont très directifs.

Tout comme les microphones, il existe des haut-parleurs basés sur les transductions électro-dynamique et électro-statique.

⇒ Vidéo pédagogigique sur le fonctionnement des haut-parleurs.

91. Distorsion et autres effets

Distorsion linéaire

Distorsion d'amplitude ou distorsion gain-fréquence : Les différentes composantes fréquentielles sont amplifies de manière différentes.

Distorsion de phase ou de temps de propagation : La phase des différentes composantes fréquentielles n’est pas parfaitement respéctée.

Distorsion non-linéaire :

Distorsion harmonique : Le système modifie le contenu harmonique du son. Si on présente au système un son pur, des harmoniques vont apparaître.

Distorsion d'intermodulation : Le système induit des composantes fréquentielles non-harmoniques liées à la somme et à la difference de composantes présentes dans le son d’origine.

92. Digitalisation du son

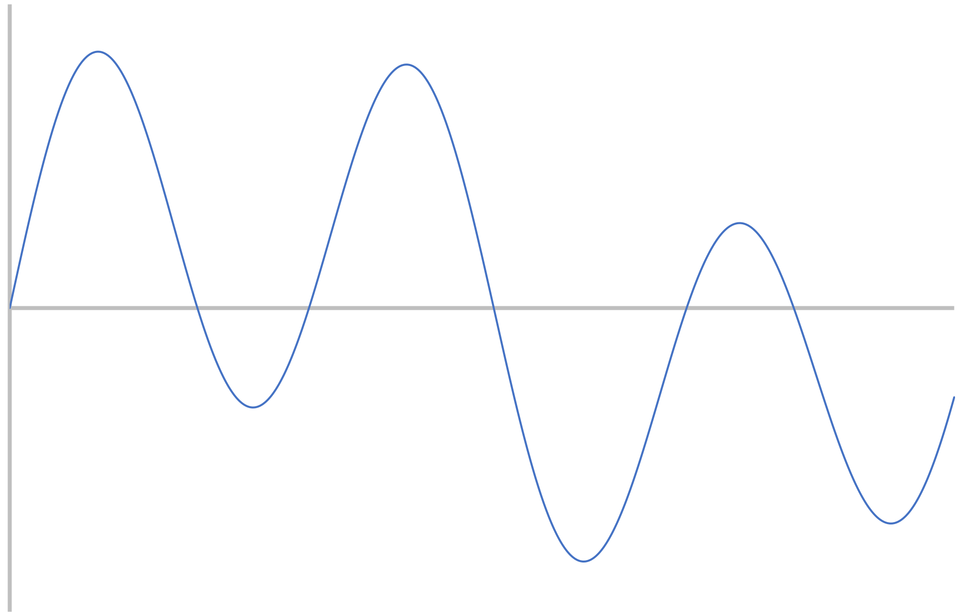


Figure 92 : Signal original analogique.

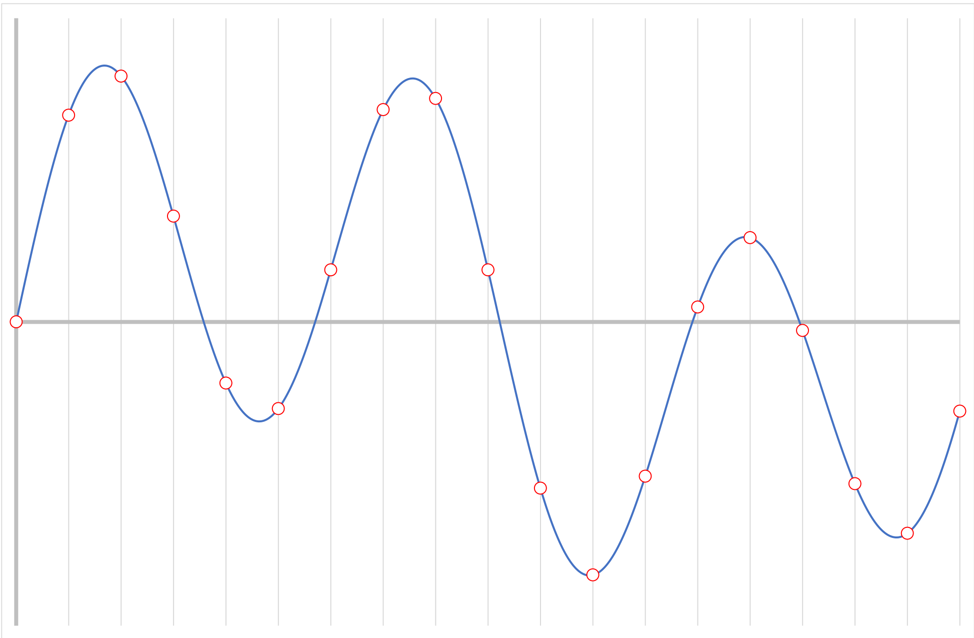


Figure 93 : Échantillonage temporel : le signal n'est enregistré qu'en un nombre fini d'instants discrets.

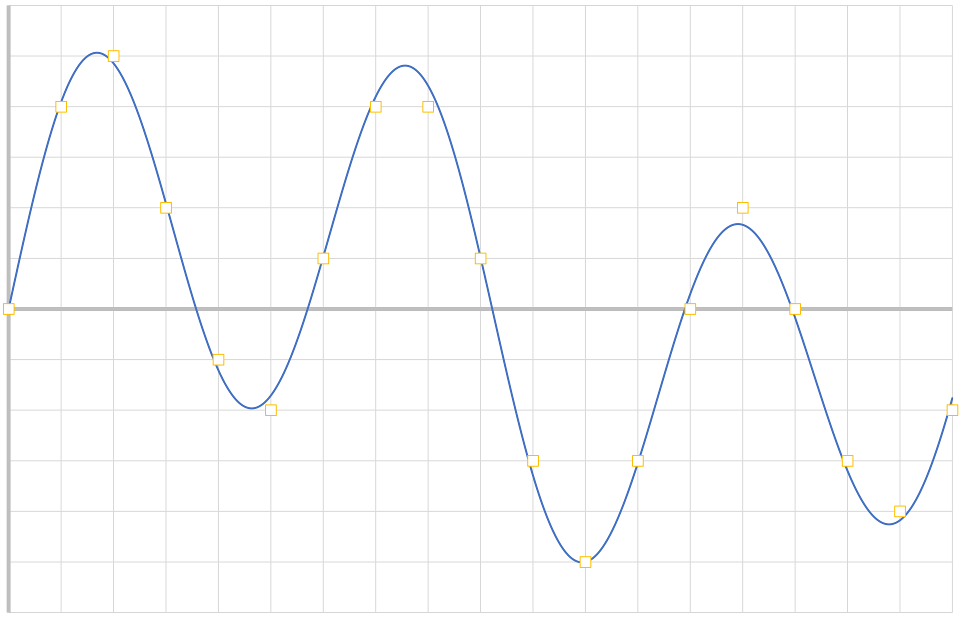


Figure 94 : Codage : la valeur du signal à un instant donné est codée informatiquement avec une précision finie. Seule les valeurs correspondant aux lignes horizontales sont possibles.

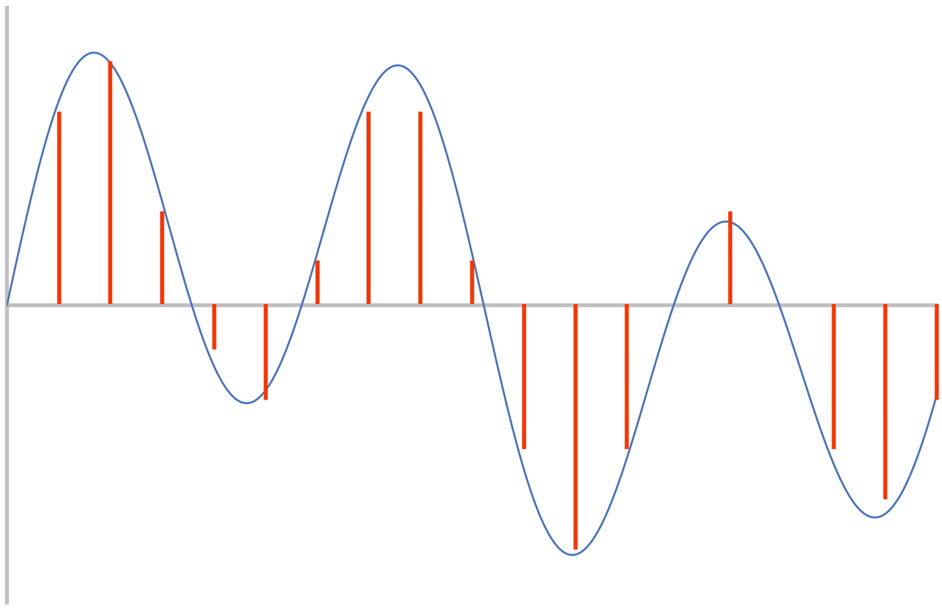


Figure 95 : Comparaison des signaux analogique et digital.

Valeurs courantes pour le nombre de bits de codage et nombre de valeurs possibles pour le signal :

- 8 bits = 256 valeurs
- 16 bits = 65.536 valeurs
- 24 bits = 17M valeurs
- 32 bits = 4G valeurs

Valeurs courantes de la fréquence d'échantillonnage temporelle (nombr d'échantillons par seconde) :

- Studio : jusqu'à 96.000 Hz
- Fichiers WAV et MP3 – 44.100 Hz

Critère de Nyquist-Shannon :

*La fréquence d'**échantillonnage** doit être strictement supérieure à deux fois la plus grande fréquence présente dans le spectre du **signal** continu.*

⇒ Huit enregistrements du *Nisi Dominum* de **Vivaldi** avec un codage allant de 8 kbps à 320 kbps.

93. Disques compacts

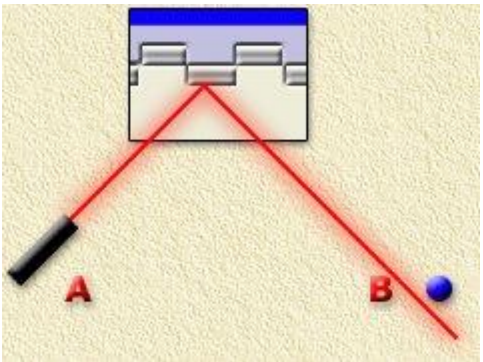
La surface du CD/DVD est formée d’une surface réfléchissant la lumière et dans laquelle sont gravés des trous.

Si on désigne le trou par 1 et l’absence de trou par 0, une “piste” est une succession de 1 et de 0 et donc une information binaire.

La lecture se fait par un laser qui se réfléchit sur la surface et :

- atteint le capteur s’il y a un tou (1)
- n’atteint pas le capteur s’il n’y a pas de trou (0)

Le capteur reçoit donc un flux de 0 et de 1 qui contient l’information musicale.



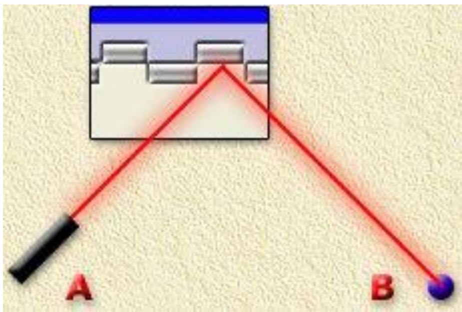


Figure 96 : Principe du disque compact laser.

94. Bandes magnétiques

TBD.

95. Compression du son

Audio data compression

- Lossless (sans perte) : simple recherche de gain de taille
- Lossy (avec perte) : basée sur une théorie de la perception du son par l'auditeur, l'algorithme ne stocke que ce qui est perceptivement pertinent.

Dynamic range compression

- Amplification des sons faibles
- Réduction du volume des sons forts
- Réduction de la gamme dynamique du son
- Sentiment de loudness acru

96. Synthétiseurs

TBD.